

# LIIMAPUUKEHÄN OSITTAIN JÄYKÄSTI KIINNITETTY MASTOPILARI

Mikko Kilpeläinen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 33  
Nro 1, 2000, s. 17-31

## Tiivistelmä

Artikkelissa käsitellään liimapuukehän alapäästään perustuksiin osittain jäykästi kiinnitetyn mastopilarin rasis- ja siirtymätilaa. Pilarikuorman epäkeskisyyteen vaikuttavat eri tekijät otetaan huomioon, kun johdetaan pilarin siirtymä- ja rasis-tilaa kuvaava 2. kertaluvun ratkaisu. Tarkastelu perustuu pilarin tasapainotilaan ja lineaariseen kimmoteoriaan. Saatujen lausekkeiden avulla tarkastellaan esimerkkitapaus ja tuloksia verrataan RakMK:n osan B10 /1/ mukaisiin mitoitus- ja tarkasteluihin.

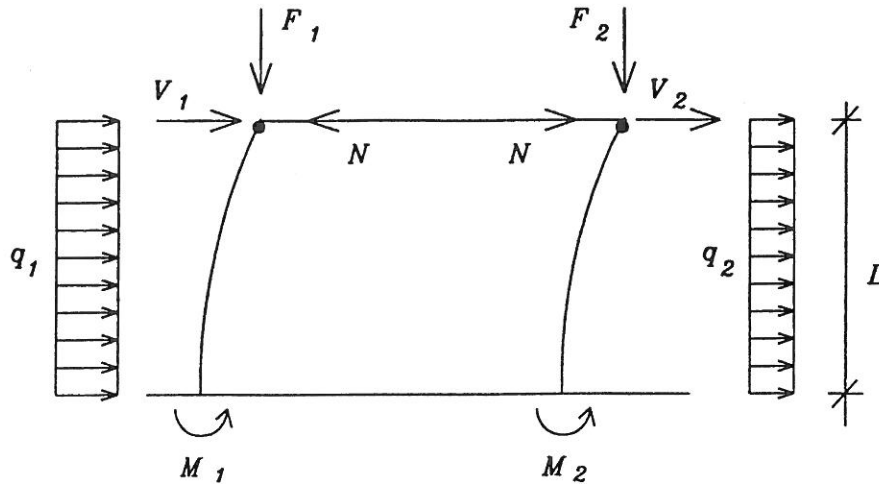
## Johdanto

Liimapuuisen mastopilarin mitoitusohjeet RakMK:n osassa B10 ovat aika ylimalkaiset. Pilarin nurjahdus otetaan huomioon  $k_s$ -kertoimella, jonka määrittämiseen tarvittavien epäkeskisyyksien arviointi on esitetty puutteellisesti ja epäselvästi. Suositus mitoitus-epäkeskisyydeksi  $L/400$  vaikuttaa kovin pieneltä etenkin murtotilamitoitusta ajatellen, jos huomioidaan pilarin asennuskaltevuus ja poikittaiskuormien aiheuttamat taipumat. Pilarin alapään osittain jäykkä kiinnitys perustuksiin ja perusanturan mahdollinen kiertyminen otetaan huomioon kaavamaisesti lisäämällä täysin jäykästi kiinnitetyn mastopilarin nurjahduspituutta 25 %:lla.

Seuraavassa kuvataan liimapuukehän ja siihen kuuluvan mastopilarin siirtymä- ja rasis-tilaa tarkemmin, kun siihen vaikuttavat kuormat oletetaan tunnetuiksi ja pilari on kiinnitetty alapäästään osittain jäykästi esim. betoni- tai teräsholkilla perustuksiin. Tarkastelu perustuu lineaariseen kimmoteoriaan ja pilariin vaikuttavien voimien tasapainotilaan.

## Liimapuukehän statiikka

Tarkastellaan yksiaukkoista symmetristä liimapuukehää, jota kuormittavat tuulikuormat  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $V_1$  ja  $V_2$  sekä palkkien pystysuora kuorma, jonka aiheuttamat palkin tukireaktiot ovat pilarin normaalivoimia  $F_1$  ja  $F_2$  (kuva 1).



Kuva 1. Symmetrinen 2- nivelinen liimapuukehä.

Oletetaan, että pilarien alapäävät ovat osittain jäykästi kiinnitetyt ja kiinnitysten kiertymisjäykkyys on  $K$ . Tällöin on voimassa yhtälö

$$M = K \cdot \varphi \quad (1)$$

jossa

- $M$  on pilarin alapään kiinnitysmomentti
- $K$  on pilarin alapään liitoksen kiertymisjäykkyys
- $\varphi$  on pilarin alapään kiertymiskulma

### 1. kertaluvun teoria

Lasketaan kehän statiikka olettaen, että kuormien  $F_1$  ja  $F_2$  epäkeskisyydet eivät vaikuta kehän voimasuureiden jakautumaan. Pilarien yläpään vaakasuorien siirtymien yhtäsuuruusehdosta saadaan palkin normaalivoimalle  $N$  lauseke

$$N = \frac{\left(\frac{1}{K} + \frac{L}{4EI}\right)\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right)L + \left(\frac{1}{K} + \frac{L}{3EI}\right)(V_1 - V_2)}{2\left(\frac{1}{K} + \frac{L}{3EI}\right)} \quad (2)$$

Tämän jälkeen kiinnitysmomentit  $M_1$  ja  $M_2$  saadaan lausekkeista

$$M_1 = \frac{q_1 L^2}{2} + (V_1 - N) \cdot L \quad (3a)$$

$$M_2 = \frac{q_2 L^2}{2} + (V_2 + N) \cdot L \quad (3b)$$

Pilarin yläpään vaakasuora siirtymä  $\Delta$  saadaan joko lausekkeesta

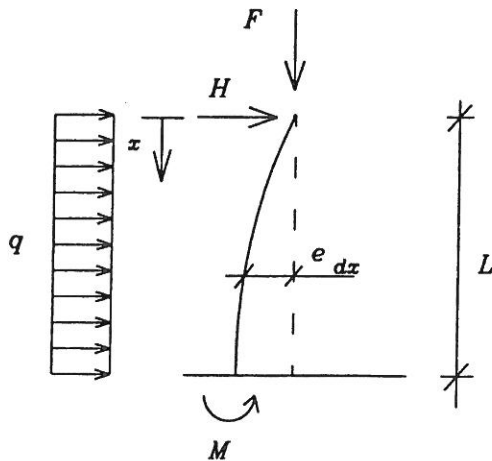
$$\Delta = \frac{M_1}{K} L + \frac{(V_1 - N)L^3}{3EI} + \frac{q_1 L^4}{8EI} \quad (4a)$$

tai lausekkeesta

$$\Delta = \frac{M_2}{K} L + \frac{(V_2 + N)L^3}{3EI} + \frac{q_2 L^4}{8EI} \quad (4b)$$

## 2. kertaluvun teoria

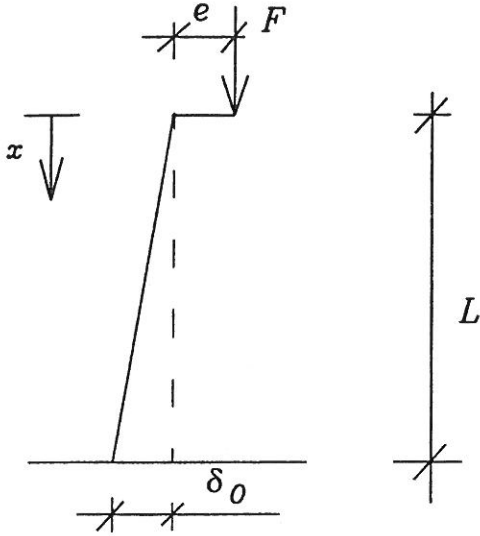
Pilareihin vaikuttavien normaalivoimien  $F_1$  ja  $F_2$  epäkeskisyyksistä aiheutuu lisäystä kiinnitysmomentteihin  $M_1$  ja  $M_2$  sekä pilarin yläpään vaakasiirtymään  $\Delta$ . Vaikutusten laskemiseksi arvioidaan seuraavaksi epäkeskisyyksien suuruutta. Tällöin oletetaan, että toisen kertaluvun teoria ei muuta palkin normaalivoiman  $N$  suuruutta, joka on saatu lausekkeesta (2). Tällöin voidaan tarkastella vain yhtä pilaria ja siihen vaikuttavia kuormia. Merkitään pilarin yläpäähän vaikuttavaa resultoivaa vaakavoimaa  $H$ :lla (kuva 2).



Kuva 2. Liimapuukehän mastopilari ja siihen vaikuttavat kuormat.  $e_{dx}$  on normaalivoiman  $F$  kokonaisepäkeskisyyys.

## Epäkeskisyydet

Pilaria kuormittavan normaalivoiman epäkeskisyyys  $e$  pilarin päässä sekä pilarin asennuskaltevuudesta aiheutuva epäkeskisyyys  $\delta_0$  on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3. Mastopilaria kuormittavan normaalivoiman epäkeskisyyys  $e$  pilarin päässä sekä pilarin asennuskaltevuudesta johtuva epäkeskisyyys  $\delta_0$ .

Epäkeskisyyksien  $e$  ja  $\delta_0$  lisäksi pilarin kuormituksesta aiheutuu lisäepäkeskisyyttä, jota merkitään  $v_x$ :llä. Se määräytyy pilarin taipumaviivan  $w_x$  perusteella.

### Pilarin lisäepäkeskisyyttä

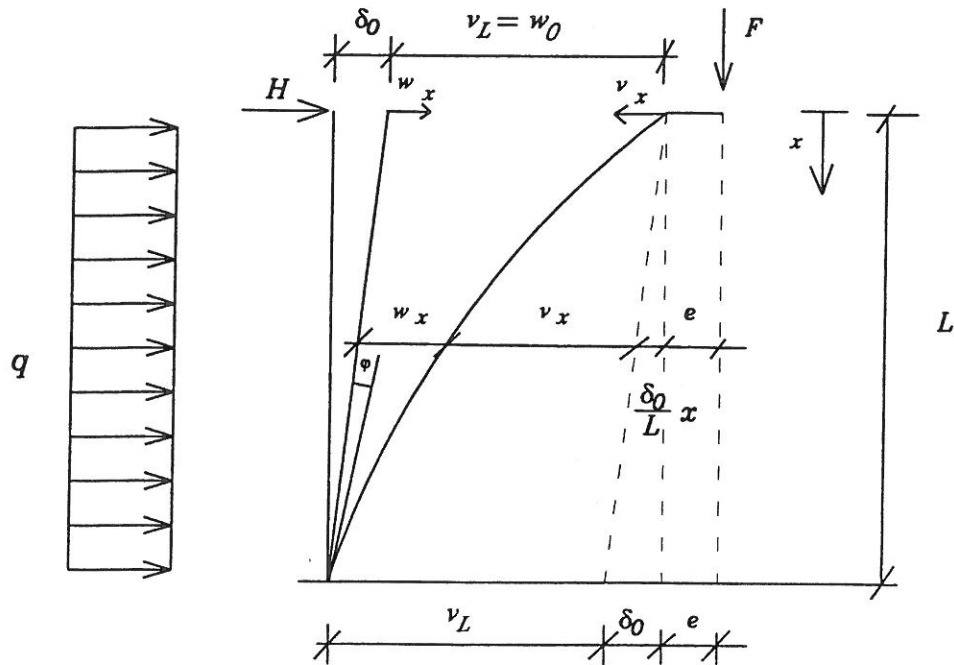
Tarkastellaan kuvan 4 mukaisen mastopilarin kuormitus- ja muodonmuutostilaa. Kuormina ovat normaalivoiman  $F$  lisäksi tasan jakautunut vaakasuora tuulikuorma  $q$  sekä vaakasuora pistekuorma  $H$ , joka vaikuttaa pilarin yläpäässä.

Merkitään kuormituksen aiheuttamaa pilarin *taipumaa*  $w_x$ :llä ja kuormituksesta aiheutuvaa *epäkeskisyyttä*  $v_x$ :llä. Tällöin on voimassa yhtälöt

$$v_x = v_L - w_x = w_0 - w_x \quad (5a)$$

$$v'_x = -w'_x \quad (5b)$$

$$v''_x = -w''_x \quad (5c)$$



Kuva 4. Mastopilarin kuormitus- ja siirtymätila

Tasapainotilan vallitessa on voimassa yhtälö

$$EIv_x'' = -EIw_x'' = M_x = -F(e + \frac{\delta_0}{L}x + v_x) - H \cdot x - \frac{qx^2}{2} \quad (6)$$

joka voidaan kirjoittaa muotoon

$$v_x'' + \frac{F}{EI}v_x = -\frac{F}{EI}(e + \frac{\delta_0}{L}x) - \frac{H \cdot x}{EI} - \frac{qx^2}{2EI} \quad (7)$$

Differentiaaliyhtälön (7) ratkaisu saadaan homogeenisen yhtälön ratkaisun ja koko yhtälön yksityisratkaisun summana. Kun merkitään

$$k = \sqrt{\frac{F}{EI}} \quad (8)$$

saadaan homogeenisen yhtälön ratkaisuksi lauseke

$$v_x = A \cdot \sin kx + B \cdot \cos kx \quad (9)$$

jossa  $A$  ja  $B$  ovat integroimisvakioita. Yksityisratkaisu on polynomi, joka voidaan kirjoittaa muotoon

$$v_x = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma \quad (10)$$

Sijoittamalla yhtälö (10) yhtälöön (7) saadaan tuntemattomille kertoimille lausekkeet

$$\alpha = -\frac{q}{2F} \quad (11a)$$

$$\beta = -\frac{\delta_0}{L} - \frac{H}{F} \quad (11b)$$

$$\gamma = -e + \frac{qEI}{F^2} \quad (11c)$$

Yhtälön (7) kokonaisratkaisu on siten

$$v_x = A \sin kx + B \cos kx - \frac{q}{2F} x^2 - \left(\frac{\delta_0}{L} + \frac{H}{F}\right)x + \frac{qEI}{F^2} - e \quad (12)$$

Reunaehdoista

$$v_0 = 0 \quad (13a)$$

$$v'_L = \varphi = -\frac{M_L}{K} = -\frac{EI}{K} v''_L \quad (13b)$$

seuraa, että

$$B = -\frac{qEI}{F^2} + e \quad (14a)$$

$$A = \frac{kB \sin kL + \frac{EI k^2}{K} B \cos kL + \left(L + \frac{EI}{K}\right) \frac{q}{F} + \frac{\delta_0}{L} + \frac{H}{F}}{k \cos kL - \frac{EI k^2}{K} \sin kL} \quad (14b)$$

Suurin pilaria rasittava taivutusmomentti  $M_{\max}$  syntyy pilarin alapäähän, jossa  $x=L$ . Sille saadaan yhtälön (6) perusteella lauseke

$$M_{\max} = M_L = EI v''_L \quad (15)$$

joka sijoitusten ja sievennysten jälkeen voidaan kirjoittaa muotoon

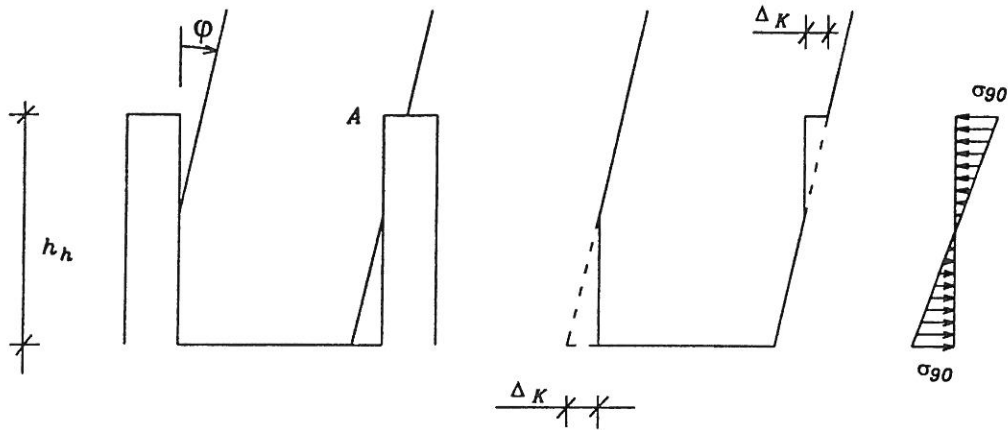
$$M_{\max} = -F(A \sin kL + B \cos kL) - \frac{EIq}{F} \quad (16)$$

Pilarin yläpään vaakasuoralle siirtymälle  $\Delta$  alapään suhteen saadaan lauseke (kuva 4)

$$\Delta = v_L + \delta_0 = A \sin kL + B \cos kL - \frac{qL^2}{2F} - \left(\frac{\delta_0}{L} + \frac{H}{F}\right)L + \frac{qEI}{F^2} - e + \delta_0 \quad (17)$$

### Kiertymisjäykkyys $K$

Oletetaan pilarin alapää kiinnitetyksi betoni- tai teräsholkkiin kuvan 5 mukaisesti. Pilaria kuormitettaessa sen alapäähän syntyy vaakasuora puristusjännitys  $\sigma_{90}$ , vaakasuora puristuma  $\Delta_K$  ja kiertymiskulma  $\varphi$  (kuva 5).



Kuva 5. Liimapuupilarin alapään holkkikiinnitys ja kiinnityksessä syntyvät jännitykset ja muodonmuutokset.

Kiinnitysmomentin  $M$  ja puristusjännityksen  $\sigma_{90}$  välille saadaan tasapainoehdosta yhtälö

$$M = \sigma_{90} \frac{bh_h^2}{6} \quad (18)$$

Merkitään puun alustalukua syyn suuntaan nähden kohtisuorassa suunnassa  $k_a$ :lla. Tällöin

$$\sigma_{90} = k_a \cdot \Delta_K \quad (19)$$

ja koska

$$\varphi = \frac{2\Delta_K}{h_h} \quad (20)$$

saadaan yhtälö

$$M = \frac{k_a \cdot b \cdot h_h^3}{12} \cdot \varphi \quad (21)$$

Kiertymisjäykkyys  $K$  saa siten lausekkeen

$$K = \frac{k_a \cdot b \cdot h_h^3}{12} \quad (22)$$

### Pilarin mitoitus

Kiinnitysmomentin ja normaalivoiman vaikutuksesta pilarin alapäähän syntyy pystysuora puristusjännitys. Pystysuuntaisten jännitysten yhteisvaikutus tarkistetaan kaavalla

$$\frac{\sigma_c}{f_c} + \frac{\sigma_b}{f_b} \leq 1 \quad (23)$$

Samassa kohdassa (piste A, kuva 5), jossa pystysuoralla puristusjännityksellä on suurin arvo vaikuttaa myös suurin vaakasuora puristusjännitys  $\sigma_{90}$ . Tämän vuoksi mitoituksessa on otettava huomioon yhdistetty rasitus, joka yleensä tarkistetaan neliölausekkeiden avulla eli tässä tapauksessa kaavalla

$$\left( \frac{\sigma_c \frac{f_b}{f_c} + \sigma_b}{f_b} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{90}}{f_{90}} \right)^2 \leq 1 \quad (24)$$

Kaavoissa (23) ja (24)

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \quad \text{on pystysuora puristusjännitys}$$

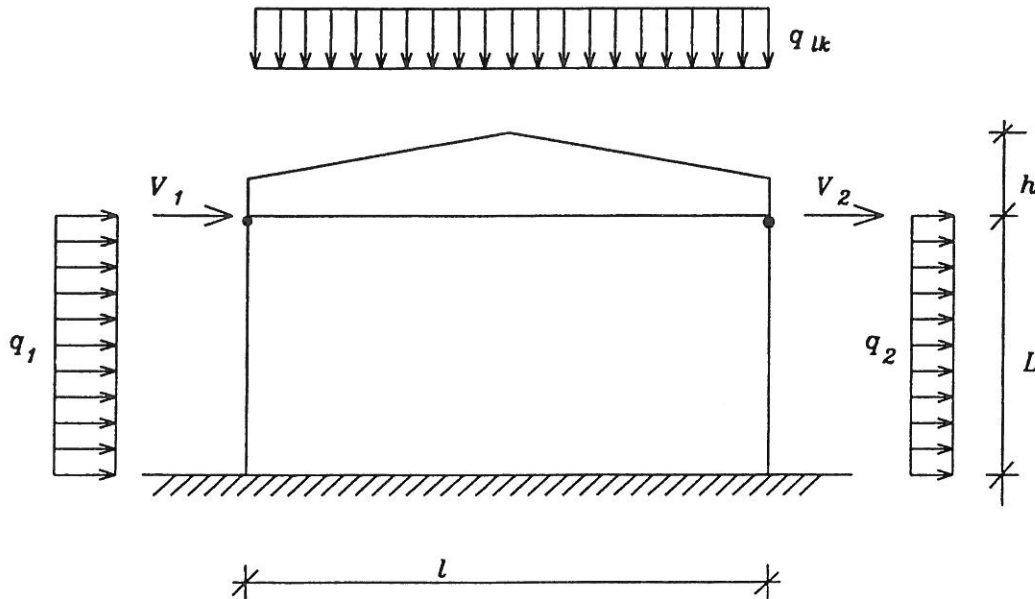
$$\sigma_b = \frac{M}{W} \quad \text{on pystysuora taivutusjännitys}$$

$f_c$ ,  $f_b$  ja  $f_{90}$  ovat jännityksiä vastaavia lujuuksia.

Huomataan, että nurjahduskerrointa  $k_s$  ei tarvita.

## Laskentaesimerkki

Tarkastellaan kuvan 6 mukaista liimapuukehää RakMK B10:n mukaisella mitoitus-  
valla sekä tässä artikkelissa esitetyllä menetelmällä.



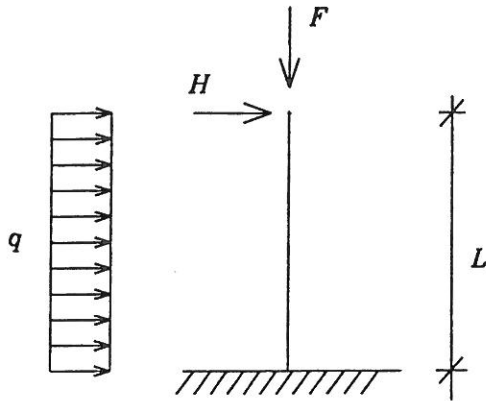
Kuva 6. Esimerkkirakenteena käytetty symmetrinen liimapuukehä.

Esimerkkirakenteen lähtötiedot ovat seuraavat:

- pilarin oletetaan toimivan kehän suunnassa mastopilarina ja toisessa suunnassa nurjahdus on estetty esim. ulkoseinärakenteen avulla
- kehäväli  $c = 3600 \text{ mm}$
- palkin jänneväli  $l = 15\,000 \text{ mm}$
- pilarin pituus  $L = 4200 \text{ mm}$
- palkin korkeus  $h = 1200 \text{ mm}$
- tuulenpaine  $q_{tk} = 0,66 \text{ kN/m}^2$
- lumikuorma  $q_{lk} = 1,8 \text{ kN/m}^2$
- katon omapaino  $g_{lk} = 1,0 \text{ kN/m}^2$
- palkin omapaino  $g_{2k} = 0,9 \text{ kN/m}$
- tuulikuorma  $q_1 = c \times 1,6 \times 0,66 \text{ kN/m} = 3,8 \text{ kN/m}$
- tuulikuorma  $q_2 = c \times 0,2 \times 1,6 \times 0,66 \text{ kN/m} = 0,76 \text{ kN/m}$
- tuulesta aiheutuva pistekuorma pilarin päähän  $V_1 = 1,2 \times 3,80 \text{ kN} = 4,56 \text{ kN}$
- tuulesta aiheutuva pistekuorma pilarin päähän  $V_2 = 1,2 \times 0,76 \text{ kN} = 0,91 \text{ kN}$
- palkin tukireaktio  $F_1 = F_2 = 15 \times (3,6 \times (1,2 \times 1,0 + 1,6 \times 1,8) + 1,2 \times 0,9) / 2 = 118,26 \text{ kN}$
- pilarin yläpään poikkeama pystysuunnasta  $\delta_0 = 8 \text{ mm}$  (RunkoRYL 2000)

### Mitoitus RakMk B10:n mukaan

Kun tarkastellaan liimapuukehän yksittäistä mastopilaria, on kuormitus tilanne kuvan 7 kaltainen.



Kuva 7. Liimapuukehän mastopilari

Liimapuukehän tuulen puoleiseen pilaariin kohdistuu nyt vaakasuora viivakuorma  $q = 3,8 \text{ kN/m}$  ja palkin tukireaktio  $F = 118,3 \text{ kN}$ . Pilarin päässä vaikuttavan vaakasuoran pistevoiman  $H$  arvo saadaan lausekkeesta

$$H = V_1 - N \quad (25)$$

Palkin normaalivoima  $N$  lasketaan lausekkeesta (2) asettamalla kiertymisjäykkyydelle  $K$  arvo ääretön, eli olettamalla pilarin kiinnitys perustuksiin täysin jäykäksi. Vaakasuora voima  $H$  saa tällöin arvon  $H = 0,34 \text{ kN}$  ja pilarin juuressa vaikuttavan taivutusmomentin suuruudeksi saadaan  $M = 35,0 \text{ kNm}$ .

Nurjahdusalttiin sauvan mitoituksessa tarkistetaan, että

$$\frac{|\sigma_c|}{k_s f_c} + \frac{|\sigma_c|}{f_b} \leq 1 \quad (26)$$

missä pilarin nurjahdus otetaan huomioon kertoimella  $k_s$ . Kerrointa  $k_s$  määritettäessä tulee ottaa huomioon puristusvoiman alkuepäkeskisyys, joka koostuu sauvan käyryydestä, kuorman epäkeskisyystä ja poikittaiskuormien aiheuttamasta taipumasta. Valitaan pilariksi liimapuu L40, jonka poikkileikkauksen leveys on 190 mm, korkeus 360 mm ja kimmomoduuli  $5077 \text{ MN/m}^2$ . Tarkistetaan valitun pilaripoikkileikkauksen kestävyys.

Vaihtoehto 1:  $e = \delta_o = \delta_H = \delta_q = 0$

Puurakenteiden suunnitteluohjeissa B10 todetaan, että yleensä alkuepäkeskisyydeksi riittää  $L/400$ . Tällä epäkeskisyyden arvolla nurjahduskerroin  $k_s$  saa arvon 0,2 ja kaavasta (26) saadaan pilarin käyttöasteeksi 73 %.

Vaihtoehto 2:  $e = 0$

Kuormien  $H$  ja  $q$  aiheuttama taipuma sekä pilarin asennuskaltevuus otetaan huomioon alkuepäkeskisyyden laskennassa. Pilarin yläpään siirtymäksi saadaan tällöin 50 mm, mikä vastaa alkuepäkeskisyyden arvoa  $L/85$ . Tällä alkuepäkeskisyydellä nurjahduskerroimeksi tulee 0,15 ja pilarin käyttöasteeksi 87 %.

Vaihtoehto 3:  $e = 40$  mm

Nyt alkuepäkeskisyyys kasvaa 90 mm :iin eli arvoon  $L/47$ . Nurjahduskerroimeksi tulee tällöin 0,12 ja pilarin käyttöasteeksi 100 %.

Taulukossa 1 on esitetty, miten kuorman  $F$  epäkeskisyyden  $e$  muuttuminen arvosta 0 mm arvoon 100 mm vaikuttaa pilarin käyttöasteeseen. Taulukossa on lisäksi esitetty pilarin juuressa vaikuttavan poikittaisen puristusjännityksen suhde poikittaiseen puristuslujuuteen.

Taulukko 1. RakMk B10:n mukaan mitoitettun esimerkkipilarin käyttöaste erilaisilla normaalivoiman alkuepäkeskisyyden arvoilla sekä poikittainen puristusjännitys pilarin juuressa.

| Holkin korkeus | Mitoitus kaava       | Pilarin normaalivoiman $F$ alkuepäkeskisyyys |                         |                  |                  |                  |                  |                   |
|----------------|----------------------|----------------------------------------------|-------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
|                |                      | $w=L/400$                                    | $w=\delta_H+\delta_0+e$ |                  |                  |                  |                  |                   |
|                |                      |                                              | $e=0\text{ mm}$         | $e=20\text{ mm}$ | $e=40\text{ mm}$ | $e=60\text{ mm}$ | $e=80\text{ mm}$ | $e=100\text{ mm}$ |
| 0,6 m          | (26)                 | 0,73                                         | 0,87                    | 0,93             | 1                | 1,06             | 1,12             | 1,18              |
|                | $\sigma_{90}/f_{90}$ | 0,8                                          |                         |                  |                  |                  |                  |                   |
| 0,8 m          | (26)                 | 0,73                                         | 0,87                    | 0,93             | 1                | 1,06             | 1,12             | 1,18              |
|                | $\sigma_{90}/f_{90}$ | 0,45                                         |                         |                  |                  |                  |                  |                   |

### Mitoitus esitetyn teorian mukaan

Tarkastellaan saman mastopilarin kestävyyttä tässä artikkelissa esitetyllä menetelmällä. Mitoitusmenetelmän käyttämiseksi tulee tietää puun alustaluku  $k_a$ , koska alustaluku vaikuttaa pilarin holkkikiinnityksen kiertymisjäykkyyteen kaavassa (22) esitetyllä tavalla. Kirjallisuuslähteistä ei kuitenkaan löydy selvää arvoa puun alustaluvulle, joten sen suuruus joudutaan arvioimaan. Käyttöasteen laskennassa mitoituskaavoina käytetään kaavaa (23), jossa otetaan huomioon vain pilarin normaalivoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutus, sekä kaavaa (24), jossa otetaan huomioon normaalivoiman, taivutusmomentin ja poikittaisen puristusjännityksen yhteisvaikutus pilarin juuressa. Betoniholkin korkeutena käytetään arvoa 0,8 m.

Vaihtoehto 1:  $k_a = \infty$  ja  $e = 0$

Pilarin alapään kiinnitys betoniholkkiin on tällöin täysin jäykkä eli  $K$  saa arvon ääretön. Pilarin kuormitus oletetaan täysin keskiseksi eli  $e = 0$ . Kaavasta (17) saadaan pilarin yläpään vaakasuoraksi poikkeamaksi alapään suhteen 0,063 m ja kaavasta (16) pilarin juuressa vaikuttavaksi taivutusmomentiksi 42,0 kNm. Kaava (23) antaa pilarin käyttöasteeksi 51 % ja kaava (24) 55 %.

Vaihtoehto 2:  $k_a = 1000 \text{ MN/m}^3$  ja  $e = 0$

Kaavasta (22) saadaan kiinnityksen kiertymisjäykkyydeksi 8,1 MNm. Pilarin yläpään vaakasuora siirtymä kasvaa nyt arvoon 0,093 m ja pilarin juuressa vaikuttavaksi taivutusmomentiksi tulee 45,9 kNm. Kaava (23) antaa nyt pilarin käyttöasteeksi 54 % ja kaava (24) 64 %.

Vaihtoehto 3:  $k_a = 1000 \text{ MN/m}^3$  ja  $e = 40 \text{ mm}$

Pilarin yläpään siirtymäksi saadaan tällöin 0,112 m ja pilarin juuressa vaikuttavaksi taivutusmomentiksi 52,9 kNm. Kaavojen (23) ja (24) antamat käyttöasteet ovat nyt 62 ja 84 %.

Taulukoissa 2 ja 3 on esitetty laajemmin, miten puun alustaluvun, betoniholkin korkeuden ja palkin tukireaktion epäkeskisyyden vaihtelu vaikuttavat esimerkkipilarin käyttöasteeseen.

Taulukko 2. Esimerkkipilarin käyttöaste kaavojen (23) ja (24) mukaan laskettuna, kun puun alustaluku, betoniholkin korkeus ja palkin tukireaktion epäkeskisyyden vaihtelevat.

| Puun alustaluku $k_a [\text{MN/m}^3]$ | holkin korkeus $h_h [\text{m}]$ | kiertymisjäykkyys $K [\text{MNm}]$ | Pilarin käyttöaste |                                                    |      |      |      |      |      |
|---------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|--------------------|----------------------------------------------------|------|------|------|------|------|
|                                       |                                 |                                    | Mitoituskaava      | Palkin tukireaktion epäkeskisyyden $e [\text{mm}]$ |      |      |      |      |      |
|                                       |                                 |                                    |                    | 0                                                  | 20   | 40   | 60   | 80   | 100  |
| 750                                   | 0,6                             | 2,57                               | (23)               | 0,65                                               | 0,69 | 0,73 | 0,77 | 0,82 | 0,86 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 2,03                                               | 2,34 | 2,68 | 3,04 | 3,42 | 3,82 |
| 1000                                  | 0,6                             | 3,42                               | (23)               | 0,6                                                | 0,64 | 0,68 | 0,72 | 0,76 | 0,80 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 1,75                                               | 2,02 | 2,31 | 2,62 | 2,94 | 3,29 |
| 1500                                  | 0,6                             | 5,13                               | (23)               | 0,57                                               | 0,60 | 0,64 | 0,68 | 0,72 | 0,75 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 1,53                                               | 1,76 | 2,01 | 2,30 | 2,56 | 2,86 |
| $\infty$                              | 0,6                             | $\infty$                           | (23)               | 0,51                                               | 0,54 | 0,57 | 0,61 | 0,64 | 0,67 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 1,19                                               | 1,37 | 1,57 | 1,78 | 2,00 | 2,23 |
| 750                                   | 0,8                             | 6,08                               | (23)               | 0,56                                               | 0,59 | 0,63 | 0,67 | 0,70 | 0,74 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 0,68                                               | 0,78 | 0,88 | 1,00 | 1,12 | 1,24 |
| 1000                                  | 0,8                             | 8,10                               | (23)               | 0,54                                               | 0,58 | 0,62 | 0,65 | 0,69 | 0,72 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 0,64                                               | 0,74 | 0,84 | 0,94 | 1,06 | 1,18 |
| 1500                                  | 0,8                             | 12,16                              | (23)               | 0,53                                               | 0,57 | 0,60 | 0,64 | 0,67 | 0,70 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 0,61                                               | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,01 | 1,12 |
| $\infty$                              | 0,8                             | $\infty$                           | (23)               | 0,51                                               | 0,54 | 0,57 | 0,61 | 0,64 | 0,67 |
|                                       |                                 |                                    | (24)               | 0,55                                               | 0,63 | 0,72 | 0,81 | 0,91 | 1,02 |

Taulukko 3. Esimerkkipilarin käyttöaste kaavojen (23) ja (24) mukaan laskettuna, kun puun alustaluku, betoniholkin korkeus ja palkin tukireaktion epäkeskisyyden vaihtelevat. Tukireaktion epäkeskisyyden vaikuttaa eri suuntaan kuin pilarin asennuskaltevuus ja poikittaiskuormien aiheuttama taipuma.

| Puun<br>alustaluku<br>$k_a$ [MN/m <sup>3</sup> ] | holkin<br>korkeus<br>$h_h$ [m] | kiertymis<br>jäykkyys<br>$K$ [MNm] | Pilarin käyttöaste |                                             |      |      |      |      |      |
|--------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------|---------------------------------------------|------|------|------|------|------|
|                                                  |                                |                                    | Mitoitus-<br>kaava | Palkin tukireaktion epäkeskisyyden $e$ [mm] |      |      |      |      |      |
| 750                                              | 0,6                            | 2,57                               | (23)               | 0,65                                        | 0,60 | 0,56 | 0,52 | 0,47 | 0,43 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 2,03                                        | 1,74 | 1,47 | 1,23 | 1,01 | 0,81 |
| 1000                                             | 0,6                            | 3,42                               | (23)               | 0,6                                         | 0,56 | 0,52 | 0,48 | 0,44 | 0,40 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 1,75                                        | 1,50 | 1,27 | 1,06 | 0,87 | 0,70 |
| 1500                                             | 0,6                            | 5,13                               | (23)               | 0,57                                        | 0,53 | 0,49 | 0,46 | 0,42 | 0,38 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 1,53                                        | 1,31 | 1,11 | 0,93 | 0,76 | 0,61 |
| $\infty$                                         | 0,6                            | $\infty$                           | (23)               | 0,51                                        | 0,48 | 0,44 | 0,41 | 0,38 | 0,34 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 1,19                                        | 1,02 | 0,87 | 0,72 | 0,59 | 0,48 |
| 750                                              | 0,8                            | 6,08                               | (23)               | 0,56                                        | 0,52 | 0,48 | 0,45 | 0,41 | 0,37 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 0,68                                        | 0,58 | 0,50 | 0,42 | 0,35 | 0,28 |
| 1000                                             | 0,8                            | 8,10                               | (23)               | 0,54                                        | 0,51 | 0,47 | 0,44 | 0,40 | 0,37 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 0,64                                        | 0,55 | 0,47 | 0,40 | 0,33 | 0,27 |
| 1500                                             | 0,8                            | 12,16                              | (23)               | 0,53                                        | 0,50 | 0,46 | 0,43 | 0,39 | 0,36 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 0,61                                        | 0,53 | 0,45 | 0,38 | 0,31 | 0,25 |
| $\infty$                                         | 0,8                            | $\infty$                           | (23)               | 0,51                                        | 0,48 | 0,44 | 0,41 | 0,38 | 0,34 |
|                                                  |                                |                                    | (24)               | 0,55                                        | 0,48 | 0,41 | 0,34 | 0,29 | 0,23 |

## Yhteenveto

Tarkastelujen ja laskelmien perusteella voidaan tehdä seuraavat johtopäätökset:

1. RakMK B10:n mukaan mitoitettaessa pilarin normaalivoiman alkuepäkeskisyyden arvo  $L/400$  on monessa tapauksessa liian pieni (taulukko 1). Esimerkitapauksessa pilarin asennuskaltevuudesta ja vaakasuorien kuormien aiheuttamasta taipumasta aiheutuva epäkeskisyyden ylittää selvästi tämän arvon.
2. Taulukossa 1 esitetyistä tuloksista nähdään, että pilarin päähän tukeutuvan palkin tukireaktion epäkeskisyyden  $e$  vaikuttaa merkittävästi pilarin käyttöasteeseen. Epäkeskisyyden laskennalle ei kuitenkaan löydy puurakenteiden suunnitteluohjeista mitään selvää ohjetta, joten se jää yleensä suunnittelijan itsensä arvioitavaksi.
3. Kun verrataan ohjeen B10 mukaan laskettuja pilarin käyttöasteita (taulukko 1) kaavan (23) mukaan laskettuihin käyttöasteisiin (taulukko 2), huomataan, että B10:n mukaan lasketut käyttöasteet ovat selvästi kaavan (23) mukaan laskettuja arvoja suurempia.

B10:n mukaiseen mitoitusmenetelmään sisältyy siten jonkin verran pilarin korotetusta nurjahduspituudesta johtuvaa ylimääräistä varmuutta.

4. Taulukon 2 tuloksista nähdään, kuinka pilarin alapään kiertymisjäykkyyden  $K$  aleneminen nostaa pilarin käyttöastetta. Käyttöasteen nousu on yhtälöllä (23) mitoitettaessa selvästi vaimeampi kuin yhtälöllä (24) mitoitettaessa.

5. Kiertymisjäykkyys  $K$  riippuu kaavan (22) mukaisesti holkin korkeudesta ja puun alustaluvusta. Kiertymisjäykkyyden huomioonottaminen käytännön mitoituksessa on kuitenkin vaikeaa, sillä puun alustaluvun suuruudesta ei anneta nykyisissä suunniteluohjeissa minkäänlaista arviota. Puun alustaluvun luotettava määrittäminen tutkimuksilla olisikin siksi tärkeää. Alustalukua tarvitaan muodonmuutoksia laskettaessa muissakin mitoitusastehtävissä.

6. Kiertymisjäykkyyden laskentakaava (22) on johdettu olettaen pilari kiinnitetyksi perustuksiin äärettömän jäykällä holkilla. Käytännössä kiinnitykseen käytetään useimmiten erilaisia teräskiinnikkeitä. Tällaisten liitosten kiertymisjäykkyyden luotettava arviointi edellyttää tarkempia tutkimuksia.

7. Kun pilarin käyttöaste lasketaan kaavoilla (23) ja (24), laskelmat osoittavat, että kaava (24) antaa selvästi suuremmat käyttöasteet kuin kaava (23) (taulukko 2). Holkkiperustukseen kiinnitetyn mastopilarin juuressa samanaikaisesti vaikuttavien vaakasuoran ja pystysuoran puristusjännityksen yhteisvaikutus on niin merkittävä, että se tulisi aina tarkistaa pilarin mitoituksessa. Ohjeet B10 eivät tätä ota huomioon.

8. Kaavan (24) mukaan mitoitettaessa pilarin käyttöaste nousee monessa tapauksessa selvästi suuremmaksi kuin 1 (taulukot 2 ja 3). Olisi siten oletettavaa, että monet liimapuuehät olisivat käytännössä sortuneet. Se, että näin ei kuitenkaan ole käynyt, johtunee varmuuskertoimien lisäksi ainakin seuraavista seikoista:

- kehäpilarien oletetaan toimivan mastopilareina, vaikka todellisuudessa hallirakenteen päätyseinien ja yläpohjan jäykkyys jonkin verran rajoittaa pilarin yläpään vapaata sivusiirtymistä. Pilari toimii lähes kuten yläpäästä nivelöity sivusiirtymätön pilari, jonka nurjahduspituus on pienempi kuin mastopilarilla
- kehäpalkin tukireaktion  $F$  epäkeskisyys  $e$  on negatiivinen eli se vaikuttaa asennuskaltevuuteen ja vaakakuormien aiheuttamaan taipumaan nähden vastakkaiseen suuntaan. Taulukoiden 2 ja 3 tuloksia vertaamalla nähdään, kuinka pilarin käyttöaste pienenee, kun normaalivoiman epäkeskisyys vaikuttaa eri suuntaan kuin pilarin alkukaltevuus ja vaakakuormien aiheuttama taipuma. Tällainen tilanne syntyy esim. silloin, kun pilari taipuu vaakakuormien vaikutuksesta ja pilarin yläpää kiertyy. Tällöin palkin ja pilarin kosketuspinta siirtyy kohti pilarin venyvää reunaa ja syntyvä epäkeskinen kuormitus pyrkii oikaisemaan pilaria. Vastaava ilmiö on todettu teräsbetonikehissä. Sitä on käsitelty lähteessä [2].

Tämän vuoksi mitoituksessa liimapuuehää tulisi käsitellä kokonaisuutena ja palkin ja pilarin välissä tulisi käyttää neoprenkappaletta. Tällöin palkin tukireaktion epäkeskisyys

ja sen negatiivinen etumerkki voitaisiin hallita ja hyödyntää paremmin. Asia vaatinee tarkempia tutkimuksia.

9. Poikittainen puristusjäännitys pilarin juuressa voi nousta hyvin korkeaksi, jos holkin korkeus on liian matala. Esimerkissä vasta holkin korkeus 0,80 m näyttää olevan riittävä. Tämän vuoksi pilarin alapään kiinnitykseen tulisi kehittää liitosratkaisuja, joissa poikittaista puristusta ei synny.

10. Menetelmän johtamisessa ja esimerkkilaskelmissa on puun oletettu käyttäytyvän lineaarisesti kimmoisesti ja syynsuuntaisena kimmokertoimena on käytetty RakMK B10: n mukaista alaraja-arvoa. Korkeilla rasitusasteilla puu käyttäytyy puristusrasituksessa kuitenkin epälineaarisesti, jolloin muodonmuutokset kasvavat suuremmiksi kuin lineaarisen teorian mukaan laskettaessa. Mastopilareilla plastisoitumista saattaa tapahtua kiinnityspisteen ympäristössä, mikä lisää pilarin taipumaa ja normaalivoiman epäkeskisyyttä ja siten myös laskelmien epävarmuutta. Plastisoitumisvyöhyke voidaan ottaa huomioon kiinnityksen jäykkyyden arvioinnissa, mikä kuitenkin vaatii lisäselvityksiä

## **Lähdeluettelo**

1. Puurakenteet. Suomen rakentamismääräyskokoelma, osa B10. Ympäristöministeriö. Helsinki 1990.
2. Lindberg Ralf, Actual behaviour of a beam to column connection in a reinforced concrete portal frame. Tampere University of Technology, Department of Civil Engineering, Building Construction. Tampere 1986. 67 pp.

Mikko Kilpeläinen, professori  
Oulun yliopisto  
Rakentamistekniikan osasto  
PL 4400  
90401 Oulu