

MAAMEKANIIKAN VANHAT JA UUDET TEORIAT

Kalle-Heikki Korhonen

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 14
No. 2 1981 s. 1...16

YHTEENVETO: Kirjoituksessa esitetään maamekaniikan klassisten teorioiden muodostamiseen käytetyt empiiriset materiaaliyhtälöt. Maamekaniikan teorioiden muodostamistapoja edustavana esimerkkinä esitetään Janbun konsolidaatiteorian muodostamisperiaate. Klassisen mekaniikan tärkeimmät teoriat ja niiden sovellutukset luetellaan taulukossa 2. "Uuden maamekaniikan" keskeiseksi tutkimuskohteeksi muodostuneesta konstitutiivisten yhtälöiden teorias-
ta esitetään myötösääntöön ja myötösuhteeseen perustuva deformaatioyhtälön muodostamistapa. Myötösääntö johdetaan Rowen dilataatioteorian myötösääntöstä ja myötösuhteen yhtälö stokastisen birth-death -prosessin keskimääräistä edistymistä kuvaavasta yhtälöstä. Deformaatioyhtälö verifioidaan Oulun savella tehdyn kolmiakselikokeen tuloksilla.

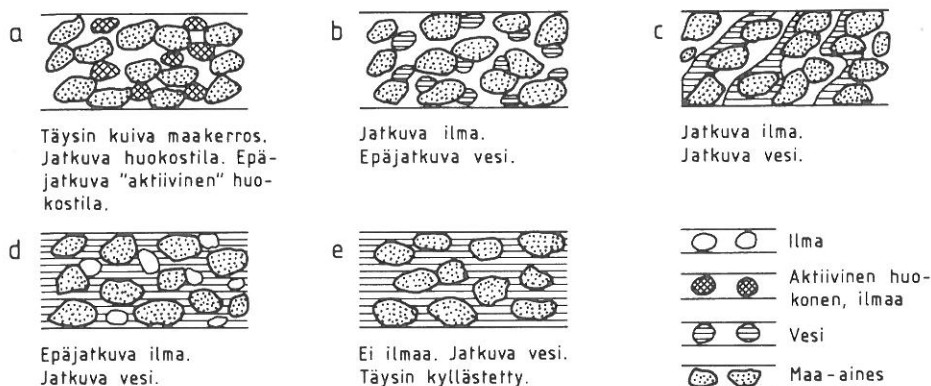
MAAMEKANIIKAN SOVELLUTUKSET

Maamekaniikka on maan mekaanisia ominaisuuksia ja niiden teknisiiä sovellutuksia tutkiva tieteenhaara. Maan mekaanisiin ominaisuuksiin luetaan lujuus- ja deformaatio-ominaisuuksien lisäksi hydrauliset ominaisuudet. Nämä ominaisuudet ja maakerroksessa (in situ) vallitsevat jännitykset sekä rakenteiden aiheuttamat lisäjännitykset määräävät kantavan maakerroksen mekaanisen käyttäytymistavan.

Maamekaniikan teorioita sovelletaan maa- ja pohjarakenteiden geotekniseen ja rakenteelliseen suunnitteluun. Pohjarakenteiksi luetaan maan tai kallion kanssa kosketuksessa olevat pysyvät ja tilapäiset rakenteet, jotka siirtävät rakenteisiin kohdistuvat kuormat maa- tai kallioperälle. Nämä rakenteet ovat usein kosketuksessa myös pohjaveden sekä jäätyvien maakerrosten kanssa. Maarakenteiksi luetaan maalajeista tai louhoksesta rakennetut kantavat rakenteet esim. penkereet ja maapadot ja eräissä tapauksissa myös suojarakenteet (verhoukset yms.).

MAAKERROKSEN RAKENNE

Maakerros muodostuu kolmesta komponentista; maa-aineksesta sekä huokostilan täyttävästä ilmasta ja vedestä (kuva 1). Rakenteen alla oleva kantava maapohja muodostuu puolestaan päällekkäin olevista maakerroksista, joissa



Kuva 1. Maakerroksen kolme komponenttia; ilma, vesi ja maa-aines.

tavataan myös "mikrokerroksia". Rakennuspohja on tämän vuoksi käytännöllisesti katsoen aina epäjatkuva, epähomogeeninen ja anisotrooppinen. Klassisessa kontinuumimekaniikassa otaksutaan sitä vastoin, että rakennusaineet ovat jatkuvia, homogeenisia ja isotrooppisia. Kontinuumimekaniikan teorioita ei tämän vuoksi voida sellaisenaan soveltaa maan mekaanisen käyttäytymisen kuvaamiseen.

Pohjarakenteen, esim. maanvaraan rakennettavan peruslaatan, rakenteellisessa mitoituksessa joudutaan tekemisiin betonin ja teräksen kanssa. Rakenteellisen ja geoteknisen suunnittelun menetelmien yhtenäistämiseksi on em. materiaalien sekä maan ja kallion mekaaniset ominaisuudet pyrittävä esittämään mahdollisimman samanlaisilla menetelmillä. Maamekaniikan teoriat on tämän vuoksi muodostettava niin, että otetaan huomioon maan erityisominaisuuksien lisäksi kontinuumimekaniikan teoriat. Kimmoteoria, plastisuusteoria ja reologia muodostavat tämän vuoksi myös maamekaniikan teorioiden rungon. "Uudessa maamekaniikassa" on pyritty vapautumaan eräistä klassisen kontinuumimekaniikan asettamista rajoituksista niin, että mm. materiaaliyhtälöitä on kehitetty myös stokastisilla menetelmillä.

MAAMEKANIIKAN PERUSYHTÄLÖT

Maamekaniikan teoriolla tarkoitetaan lähinnä maa- ja pohjarakenteiden geoteknistä mitoitusta varten kehitettyä systeemiä, joka muodostuu maan mekaanista käyttäytymistä kuvaavista perusyhtälöistä sekä ko. tehtävän jatkuvuus-, tasapaino- ja reunaehdoista. Perusyhtälöitä sanotaan myös materiaaliyhtälöiksi. Perusyhtälöt, jotka ovat empiirisiä, on lueteltu taulukossa 1. Eräät yhtälöt soveltuvat myös kallion mekaanisten ominaisuuksien kuvaamiseen.

Taulukossa 1 ei ole mainittu kaikkia perusyhtälöitä, joita nykyisin sovelletaan geoteknisessä suunnittelussa. Taulukon yhtälöt ovat erikoisasemassa, sillä ne ovat oikein sovellettuina luotettavia ja niin laajassa käytössä että niitä voidaan pitää "klassisina".

Taulukko 1. Klassisen maamekaniikan perusyhtälöt. Kuva 2.

Nimitys	Perusyhtälö
Tehokkaiden jännitysten periaate	$\sigma' = \sigma - u$
Darcyn laki	$v = k(i - i_0)$
Lineaarisen deformaation periaate	$\bar{E}\epsilon_1 = \sigma_1 - \bar{v}(\sigma_2 + \sigma_3)$
Kokoonpuristuvuuslaki	$M_t = m\sigma_v(\sigma_1/\sigma_v)^{1-\beta}$
Mohr-Coulombin murtoehto	$\tau_f = c' + \sigma' \tan \varphi'$

Tehokkaiden jännitysten periaatteen mukaan vedellä kyllästyneessä maakerroksessa vallitseva normaalijännitys jakautuu kahteen osaan: tehokkaaseen jännitykseen σ' ja huokosveden paineeseen u . Näiden jännitysten summaa σ sanotaan kokonaisjännitykseksi. Maakerroksen mekaaninen käyttäytyminen riippuu yksinomaan tehokkaasta jännityksestä. Tehokkaiden jännitysten periaatteen kehitti Terzaghi 1920-luvulla.

Ranskalainen tutkija Darcy esitti vuonna 1856 edelleen käytössä olevan perusyhtälön

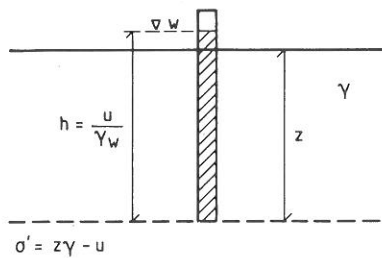
$$v = ki$$

v on suotoveden nopeus, k on vedenläpäisevyys ja i on hydraulinen kaltevuus.

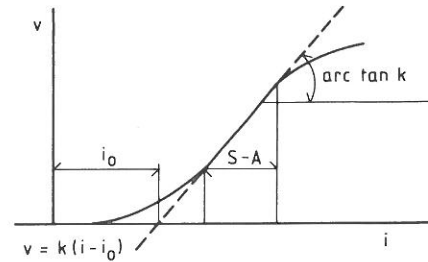
Myöhemmin on todettu, että Darcyn laki on voimassa vain rajoitetulla virtausalueella ja että se on kirjoitettava taulukossa 1 esitettyyn muotoon (kuva 1b). Maaparametria k sanotaan myös Darcyn kertoimeksi. Tämän parametrin, samoin kuin muidenkin maaparametrien arvot, riippuvat lähinnä maakerroksen tiiveydestä ja maalajin rakeisuudesta. Darcyn lakia sovelletaan mm. suotovirtaus- ja konsolidaatioteorioissa.

Lineaarisen deformaation periaatetta sovelletaan maakerrosten deformaation ja jännitysten jakautuman määrittämiseen. Lineaarisen deformaation periaate on itse asiassa muunnettu Hooken laki, joka on voimassa (kuva 1c) sillä alueella, jossa jännityksen ja deformaation vuorosuhdetta voidaan pitää kohtuullisella tarkkuudella lineaarisena [9]. Lineaarisen deformaation periaate eroaa Hooken laista niin, että sen perusteella lasketut deformaatiot eivät ole kokonaan palautuvia kuten alkuperäisessä Hooken laissa. Kuormitettuun maakerrokseen jää kuorman poistamisen jälkeen aina pysyvä plastinen deformaatio (painuma). Kokonaisdeformaation moduuli $\bar{E}$ riippuu maakerroksen jännitystasosta sekä tiiveydestä ja rakeisuudesta. Poissonin lukua $\bar{v}$ voidaan pitää usein maalajivakiona. Kokonaisdeformaation parametreja $\bar{E}_d$, $\bar{v}_d$ ja $\bar{E}_u$

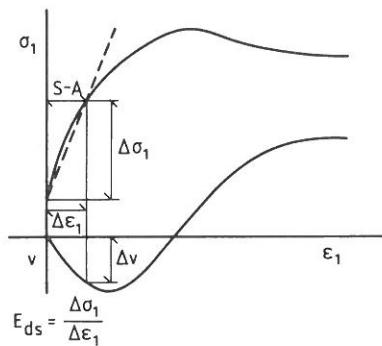
a Tehokkaiden jännitysten periaate



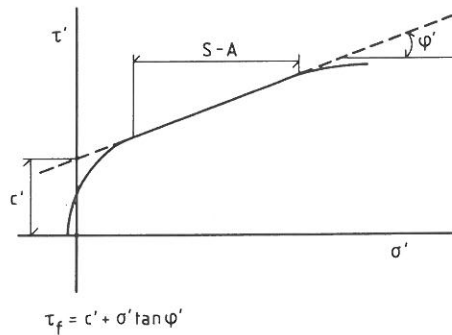
b Darcyn laki



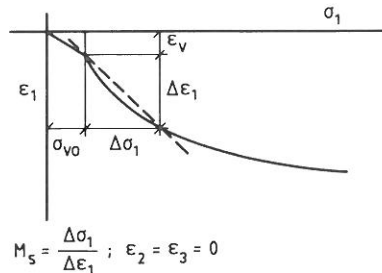
c Lineaarisen deformaation periaate



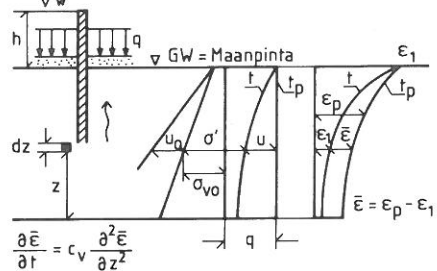
d Mohr-Coulombin murtokriteeri



e Kokoonpuristuvuus



f Konsolidoituminen



—— Todellinen ———— Approksimoitu S-A = soveltuvuusalue

Kuva 2. a...c) Klassisen maamekaniikan perusyhtälöt, f) Janbun konsolidatioteorian reunaehdot.

sovelletaan kolmiulotteisessa jännitystilassa tapahtuvien deformaatioiden ja painumien arvioimiseen. Boussinesqin jännitysteorian ainut materiaaliyhtälö on Hooken laki. Kun Hooken laki tulkitaan lineaarisen deformaation periaatteeksi saadaan Boussinesqin teorialle mielekäs maamekaniikkaan soveltuva tulkinta. Boussinesqin teorian voidaan odottaa olevan voimassa vain sillä alueella, jossa lineaarisen deformaation periaate on kohtuullisella tarkkuudella voimassa.

Kokoonpuristuvuuslakiin verrattavaa materiaaliyhtälöä ei yleensä sovelleta klassisessa kontinuumimekaniikassa. Maamekaniikassa tämän yhtälön soveltaminen on tarkoituksenmukaista, koska maakerrosten huokoisuus on erittäin suuri. Deformoitumisen yhteydessä muodostuvat tilavuuden muutokset saattavat muodostua tämän vuoksi dominoiviksi. Kokoonpuristuvuuslakia sovelletaan maakerroksen yksisuuntaisesta tiivistymisestä ja konsolidoitumisesta aiheutuvan painuman laskemiseen. Painumalaskelmat tehdään tällöin maamekaniikkaan sovelletulla kimmoteorialla. Kokoonpuristuvuuslain esitti saksalainen Ohde [5] 1940-luvulla. Rakenteiden painumalaskelmissa nykyisin sovellettuun muotoon sen kehitti myöhemmin Janbu [1].

Mohr-Coulombin murtoehtoa sovelletaan sekä maa- että kalliomekaniikassa kun halutaan selvittää maakerroksen tai kallion todennäköinen käyttäytyminen murtotilassa. Laskelmat tehdään tällöin maamekaniikkaan sovelletulla plastisuusteorialla. Alkuperäinen Coulombin laki on kirjoitettu kokonaisjännitysten avulla. Taulukossa 1 se on esitetty tehokkaiden jännitysten avulla. Maaparametreja c' ja φ' sanotaan tällöin tehokkaiksi leikkauslujuusparametreiksi. Murtokriteeri esittää maaparametrien c' ja φ' avulla murtopintaan kohdistuvan normaali-jännityksen σ' ja murtopinnalla vaikuttavan leikkausjännityksen τ_f välisen riippuvuuden murtohetkellä.

KLASSISEN MAAMEKANIIKAN TEORIAT

Kuten edellä todettiin tarkoitetaan maamekaniikan teorialla maa- ja pohjarakenteiden geoteknistä mitoitus- ja varten kehitettyä systeemiä. Tärkeimmät teoriat ja niiden sovellutukset on lueteltu taulukossa 2.

Klassisen maamekaniikan teoriat on kehitetty kontinuumimekaniikan kimmo- ja plastisuusteorioista. Nämä teoriat ovat niin "vanhoja", ettei niitä kehitettäessä tunnettu tietokonetekniikan tarjoamia laskuteknisiä apuneuvoja. Niitä maamekaniikan teorioita, joita kehitettäessä tietokonetekniikan apuneuvot ovat sitävastoin olleet käytettävissä ja joiden muotoutumiseen tietokonetekniikka on ratkaisevasti vaikuttanut, sanotaan tässä yhteydessä "maamekaniikan uusiksi teorioiksi".

Kuten edellä mainittiin maamekaniikan teoriat muodostetaan niin, että liitetään yhteen ko. tehtävän jatkuvuus- ja tasapainoehdot sekä perusyhtälöt. Seuraava esimerkkitapaus, Janbun [1] konsolidaatioteoria, on kehitetty yksisuuntaisessa deformaatio- ja suotovirtaustilassa (kuva 1f) konsolidoituvan homogeenisen maakerroksen painumisnopeuden arvioimista varten. Konsolidatiotyhtälön (1f) muodostamiseen on tarvittu jatkuvuusyhtälö, kolme perusyhtälöä ja lisäksi reunaehdot. Yhtälöstä (1f) on edelleen kehitetty suunnittelutyössä tarvittavat painumisnopeuden laskuyhtälöt. Janbun konsolidaatioteoria on esimerkki maamekaniikan teoriasta, jonka muodostamiseen tarvitaan useita perusyhtälöitä. Taulukosta 2 käy ilmi, että eräissä teorioissa on vain yksi perusyhtälö. Koska perusyhtälöiden soveltuvuusalue on rajallinen

on myös teorioiden soveltuvuusalue rajallinen. Eräs yleisin geoteknisen suunnittelun virhe on se, että maamekaniikan teorioita sovelletaan alueella, jossa ne eivät ole voimassa. Tähän on puolestaan syynä se, etteivät kaikki geoteknistä suunnittelua ammatikseen harjoittavat insinöörit ole pitäneet tarpeellisena teorioihin tutustumista.

Jatkuvuusyhtälö

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (1a)$$

Darcyn laki

$$i = \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1b)$$

Kokoonpuristuvuuslaki

$$\partial \sigma' = M_t \partial \epsilon_1 \quad (1c)$$

Tehokkaiden jännitysten periaate

$$\partial \sigma' + \partial u = \partial \sigma \quad (1d)$$

Reunaehdot

$$\epsilon_1 = 0, \quad \text{kun } t = 0 \quad (1e)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_p, \quad \text{kun } t = t_p \Rightarrow \infty$$

Janbun konsolidaatioteorian yhtälö

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial z^2} \quad (1f)$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_p - \epsilon_1$$

$$c_v = \frac{kM}{\gamma_w}$$

Yhtälö (1f) on ns. konsolidaatioyhtälö. Yhtälössä on vain yksi maaparametri c_v , jota sanotaan konsolidaatiokertoimeksi. Kerroin voidaan tulkita tietyllä jännitys- ja tiiveysalueella vakioksi.

Maamekaniikan yhtälöitä, jotka on kehitetty yhtälön (1f) muodostamiseen sovellettua periaatetta noudattaen sanotaan konstitutiivisiksi yhtälöiksi. Yhtälön muuttujat ϵ , t ja z ovat konstitutiivisia muuttujia. Konsolidaatio-kerroin c_v on konstitutiivinen parametri (maaparametri). Maamekaniikassa sovelletaan myös sellaisia yhtälöitä ja laskumenetelmiä, jotka on kehitetty havaintojen ja mahdollisesti joidenkin yksinkertaistettujen maan otaksuttua käyttäytymistä kuvaavien olettamusten perusteella. Näillä yhtälöillä esitetään mm. jännitysten, ajan ja deformaatioiden tai kuorman ja painuman välisiä

vuorosuhteita. Yhtälöitä voidaan kutsua sovellutustensa mukaan deformaatio-, aika- jne. funktioksi [3]. Nämä funktiot eivät yleensä täytä konstitutiiviselle yhtälölle asetettavia "ankaria" vaatimuksia. Funktioita voidaan soveltaa vain rajoitetulla alueella ja sellaisissa olosuhteissa, joissa havainnot on tehty. Funktioiden soveltaminen suunnittelun apuvälineenä on maamekaniikan nykyvaiheessa kuitenkin mielekästä.

Taulukko 2. Klassisen maamekaniikan tärkeimmät teoriat

Teoria	Perusyhtälöt	Tärkeimmät sovellutukset (esim.)
Suototeoria (Laplacen yhtälö).	Darcyn laki.	Suotovesimäärä, huokosvedenpaine.
Jännitysteoriat (Boussinesqin teoria ym.).	Lineaarisen deformaation periaate.	Jännityksen jakautuma rakennuspohjassa, Rakenteiden painuma, maanalaisten rakenteiden kuormat.
Konsolidaatioteoriat (Terzaghin, Janbun ym. teoriat).	Darcyn laki, kokoonpuristuvuuslaki, tehokkaiden jännitysten periaate.	Konsolidaatiopainuman nopeus.
Deformaatioteoria (Tsytoich ym.).	Lineaarisen deformaation periaate.	Rakenteiden painuma suljetussa ja avoimessa kolmiulotteisessa tilassa.
Maanpaineteoriat (Coulombin, Rankinen ym. teoriat).	Mohr-Coulombin murtoehto, tehokkaiden jännitysten periaate.	Maata tukevien rakenteiden kuormat, maanalaisten rakenteiden kuormat.
Kantavuusteoriat (Terzaghin, Berezantsevin ym. teoriat).	Mohr-Coulombin murtoehto, tehokkaiden jännitysten periaate.	Rakennuspohjan kantavuus.
Stabiilitteoriat (Felleniuksen, Bishopin ym. teoriat).	Mohr-Coulombin murtoehto, tehokkaiden jännitysten periaate.	Maarakenteiden stabiilitetti, rakennuspohjan vahvistamistarve.

Geoteknisessä suunnittelussa sovelletaan myös sellaisia teorioita, joita ei ole mainittu taulukossa 2. Klassisen maamekaniikan teoriaksi ei ole luettu esim. viskoelastisen deformaation ja vastaavan painuman (sekundäärisen painuman) laskumenetelmiä. Loogisesta rakenteesta ja ilmeisestä käyttökelpoisuudesta huolimatta em. menetelmiä ei voida vielä pitää "klassisina", vaikka niiden muodostamiseen sovelletut menetelmät ja periaatteet täyttävätkin maamekaniikan teorialle ja konstitutiivisille yhtälöille asetettavat teoreettiset vaatimukset.

UUSI MAAMEKANIikka

Kuten edellä mainittiin kutsutaan tässä yhteydessä "uusiksi" sellaisia maamekaniikan teorioita, joiden kehittämisessä tietokonetekniikka on näytellyt merkittävää osaa. Raja "vanhan" ja "uuden" maamekaniikan välillä ei ole yksikäsitteinen.

Kun tietokoneita alettiin 1960-luvulla soveltaa myös geotekniseen suunnitteluun, todettiin, ettei klassisen maamekaniikan perusyhtälöillä voida aina kuvata maan mekaanista käyttäytymistä siinä laajuudessa kuin se olisi ollut käytännön ongelmien ratkaisemisessa tarpeellista. Klassisen maamekaniikan laskumenetelmiä ohjelmoitiin kuitenkin tietokoneille. Laskelmat ulotettiin sellaisellekin alueelle, jossa teorioihin sisältyvät materiaaliyhtälöt eivät ole voimassa. Sekä maa- että kalliomekaniikan sovellutuksia varten syntyi

tällä tavoin hyviltä ja tarkoilta vaikuttavia, mutta fysikaalisesti mahdotomia tapahtumia laskevia ohjelmia. Eräänä syynä tähän näytti olevan malttamaton kiire ohjelmoida tietokoneelle teorioita ja laskentamenetelmiä, joiden perustana oleva fysikaalinen "lähtötilanne" jäi ohjelmoitsijalle epäselväksi.

Tietokoneiden ja maamekaniikkaan hyvin soveltuvan elementtimenetelmän kehittyminen aloitti voimakkaan prosessin maamekaniikan teorioiden ja suunnittelumenetelmien kehittämiseksi tietokoneajan edellyttämälle tasolle. Samalla kiihtyi myös maaparametrien määrittämiseen käytettävien laitteiden kehitystyö, joka jatkuu edelleen. Maamekaniikan ja pohjarakennuksen kansainvälisen yhdistyksen 1960- ja 1970-luvulla järjestämässä koko maailman käsittävissä konferensseissa sekä pienempien alueiden konferensseissa on esitetty useita perusteellisia katsauksia alan kehitykseen. Maamekaniikan uusista teorioista ja alan tutkimustoiminnasta kiinnostunut saa näistä katsauksista nopeasti yleiskuvan kehityksen suunnasta. Maamekaniikan uusia oppikirjoja on 1960-luvulta alkaen julkaistu runsaasti. Yleensä näissä kirjoissa asetetaan painopiste tietokoneaikaan sopeutetulle klassiselle maamekaniikalle. Uusia teorioita käsitellään tavallisesti vain lyhyesti tai ei ollenkaan. Tämä osoittaa, ettei tällä hetkellä juuri mikään uusi teoria tai suunnittelumenetelmä ole vielä osoittautunut selvästi vanhoja teorioita paremmaksi. Uuden maamekaniikan teorioista ei tämän vuoksi voida laatia vastaavaa taulukkoa kuin klassisen maamekaniikan teorioista (taulukko 2).

Uusia teorioita kehitellään kuitenkin jatkuvasti. Tässä työssä on havaittavissa joitakin yhteisiä piirteitä, joista ainakin seuraavat on tunnistettavissa useissa lupaavissa ja merkittävältä vaikuttavissa tutkimusraporteissa:

- Uuden teorian tai laskentamenetelmän kehittämiseen on ryhdytty käytännön suunnittelutyön pakottamana kun klassisen maamekaniikan teorialla ei ole päästy riittävän tarkkaan tai muuten mielekkääseen tulokseen. Uuden teorian on toivottu johtavan rakennuskustannusten säästöön laskennallista varmuustasoa alentamatta. Uutta teoriaa on yleensä ensin kokeiltu rajoitetulla sovellutusalueella.
- Teorioiden testaamista varten on rakennettu uusia erittäin korkeatasoisia ja samalla kalliita laitteita. Laitteiden ohjaus ja tulosten käsittely on yleensä automatisoitu. Suomen tapaiset pienet ja köyhät maat ovat kehityksen jaloissa pudonneet kehitysmaiden tasolle.
- Teoriät on usein pyritty testaamaan laboratoriossa sekä lisäksi luonnollisessa mittakaavassa maastossa. Yleisimmin käytetyt menetelmät ovat tällöin olleet: Rakenteiden painumahavainnot, paalujen ja muiden pohjarakenteiden kuormituskokeet, maanpainemittaukset todellisissa rakenteissa, maapohjan routimista ehkäisevien routasuojien koerakentaminen jne. Luonnollisessa mittakaavassa tehtyjen havaintojen tuloksia on verrattu uudella teorialla laskettuihin tuloksiin. Teoriaa sovellettaessa on maaparametreille yleensä käytetty uudella ja korkeatasoisella laboratoriotekniikalla saatuja arvoja.

- Maa- ja pohjarakenteiden mitoittamiseen sovellettavien teorioiden ja laskentamallien kehittelyyn on käytetty kontinuumimekaniikan klassisten menetelmien lisäksi mm. matemaattisessa fysiikassa sovellettuja statistisia menetelmiä. Teorioiden johto on tällöin muodostunut matemaattisesti hankalaksi. Näyttää kuitenkin mahdolliselta, että em. menetelmillä voidaan kehittää entistä parempia teorioita ja laskentamenetelmiä. Teorian ja käytännön välinen kuilu voidaan ainakin osittain poistaa vaatimalla tutkijoilta nykyistä selkeämpiä sekä luettavassa ja ymmärrettävässä muodossa esitetyjä laskentamalleja yms. ja toisaalta lisäämällä täydennys- ja jatkokoulutuksella käytännön geotekniikan sektorilla työskentelevien insinöörien teoreettisen tietämyksen tasoa.

UUDEN MAAMEKANIIKAN KONSTITUTIIVISET YHTÄLÖT

Uuden maamekaniikan kehittämiseen tähtäävät tutkimukset kohdistuvat kaikkiin klassisen maamekaniikan teorioiden kattamiin alueisiin. Uudet rakennuskohteet ja uudet rakennusmenetelmät laajentavat lisäksi jatkuvasti sitä aluetta, joka pitäisi hallita maamekaniikan teorioilla. Erään uuden maamekaniikan tärkeän tutkimuskohteen muodostavat konstitutiiviset yhtälöt. Seuraavassa käsitellään lyhyesti vain tätä aihetta. Konstitutiivisillä yhtälöillä on keskeinen asema uudessa maamekaniikassa, koska ne muodostavat perustan useille geoteknisen suunnittelun laskentamenetelmille sekä elementtimenetelmän ja tietokoneiden järkevälle käytölle geoteknisessä suunnittelussa.

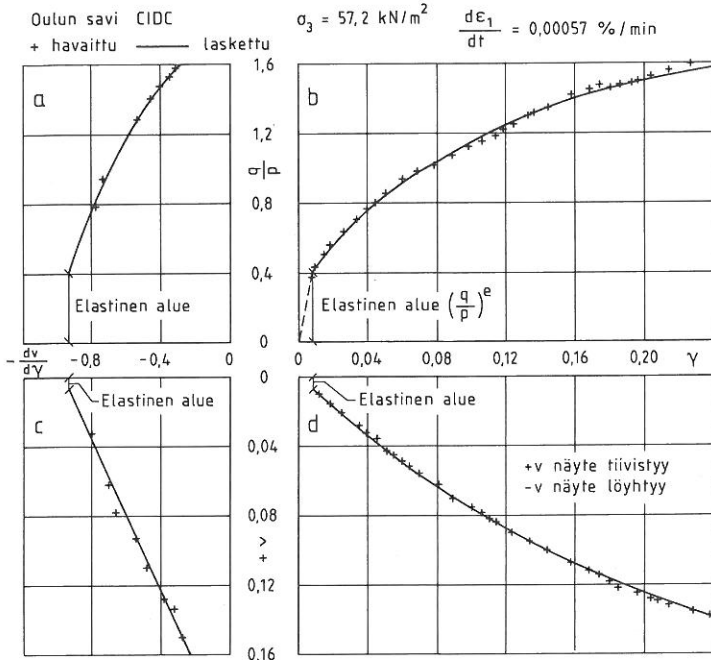
Rowe [7] kehitti 1950- ja 1960-luvun taitteessa lähinnä kitkamaalajeja varten ns. myötösäännön. Tämä sääntö näyttää soveltuvan myös Suomen maalajeille [4].

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = K \left[1 - \left(\frac{dv}{d\epsilon_1} \right)_s \right] \quad (2a)$$

$$K = \tan^2[45^\circ + \varphi/2] \quad (2b)$$

σ_1 on suurin ja σ_3 pienin pääjännitys, v on suhteellinen tilavuuden muutos, ϵ_1 on deformaatio suurimman pääjännityksen suunnassa, φ on kitkakulma, alaindeksi s tarkoittaa lähinnä plastista deformaatioita.

Yhtälöä (2a) sanotaan Rowen dilataatioyhtälöksi. Yhtälöä arvosteltiin 1960-luvun puolivälissä ja vielä myöhemminkin sen muodostamisessa noudatettujen ja mielivaltaisilta vaikuttavien periaatteiden vuoksi. Suomalaisilla maalajeilla [4] tehtyjen laboratoriotutkimusten perusteella on kuitenkin todettu, että yhtälöllä (2a) voidaan approksimoida moreenin, hiekan ja saven myötötapahtumaa avoimen kolmiakselikokeen leikkausvaiheen aikana. Kuvassa 3 on esitetty Oulun savella tehdyn kolmiakselikokeen tulokset. Myötötapahtumaa on kuvassa 3a approksimoitu yhtälöstä (2a) johdetulla yhtälöllä (3a).



Kuva 3. Oulun saven avoin kolmiakselikoe. Koetuloksia on approksimoitu: a) myötösäännöllä (3a), b) deformaatioyhtälöllä (10), c) yhtälöllä (7b), d) myötösuhteen yhtälöllä (7a).

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - \lambda/M_c \frac{dv}{d\gamma}}{1/M_c - \frac{1}{3} \frac{dv}{d\gamma}} \quad (3a)$$

$$v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$$

$$\gamma = \epsilon_1 - \epsilon_3$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3$$

$$p = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) = p_0 + \frac{1}{3} q$$

$$\sigma_3 = p_0 \text{ on vakio (sellipaine)}$$

$$M_c = \left(\frac{q}{p}\right)_c = \frac{3[K_{cv} - 1]}{K_{cv} + 2}$$

$$\lambda = \frac{M_c [2K_\mu + 1]}{2[K_\mu - 1]}$$

$$K_{cv} = \tan^2[45^\circ + \varphi_{cv}/2]$$

$$K_\mu = \tan^2[45^\circ + \varphi_\mu/2]$$

φ_{cv} on kitkakulma kriittisessä tilassa, kun $dv/d\gamma \Rightarrow 0$

φ_μ on maarakeiden välinen kitkakulma

Kuvan 3a perusteella todetaan, että yhtälö (3a) approksimoi hyvin Oulun saven myötötapahtumaa, vaikka se on johdettu kitkamaalajeja varten kehitettyä yhtälöstä (2a).

Cambridgen yliopistossa kehiteltiin 1950-luvun loppupuolella ja 1960-luvulla ns. kriittisen tilan järjestelmä [8]. Tällä järjestelmällä pyrittiin kuvaamaan sekä koheesio- että kitkamaan deformaation tapahtumaa. Järjestelmän myötösääntö esitettiin yhtälöllä (4a), joka on johdettu "yksinkertaistusta" energiayhtälöstä (4b). Yhtälössä (4a) on vain yksi maaparametri.

$$\frac{q}{p} = M_c - \frac{dv}{d\epsilon_s} \quad (4a)$$

$$\epsilon_s = \frac{2}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_3) = \frac{2}{3} \gamma$$

$$M_c p d\epsilon_s = q d\epsilon_s + p dv \quad (4b)$$

Yhtälön (4b) vasen puoli ei ole riittävän tarkka, koska toimivan kitkakulman suuruus muuttuu leikkaustapahtuman aikana. Yhtälö (4a) voidaan korvata lineaarisella yhtälöllä (4c), jossa on kaksi parametria [4].

$$\frac{q}{p} = M_c - \lambda \frac{dv}{d\gamma} \quad (4c)$$

Yhtälöä (4c) sanotaan lineaariseksi myötösäännöksi. Suomalaisilla maalajeilla tehdyt tutkimukset osoittavat [4], että myötötapahtumaa voidaan, maatyypistä riippuen, approksimoida joko Rowen dilataatioteorian yhtälöillä (2a) ja (3a) tai lineaarisella myötösäännöllä (4c). Em. tutkimuksissa on ollut käytettävissä vain kolmiakselikoje. On mahdollista, että myötösäännölle onnistutaan kehittämään yhtälöitä (3a) ja (4c) parempiakin ratkaisuja. Yksinkertaisuutensa vuoksi nämä yhtälöt muodostavat kuitenkin merkittävän välivaiheen maan deformaatiosta kuvaavia epälineaarisia konstitutiivisia yhtälöitä muodostettaessa. Em. sääntöjä apuna käyttäen päästään geoteknisessä suunnittelussa soveltamiskelpoisiin deformaatio-yhtälöihin, jos onnistutaan löytämään myötösuhteen yhtälö (5).

$$\frac{dv}{d\gamma} = f_1(\gamma) \quad (5a)$$

$$\frac{dv}{d\epsilon_1} = f_2(\epsilon_1) \quad (5b)$$

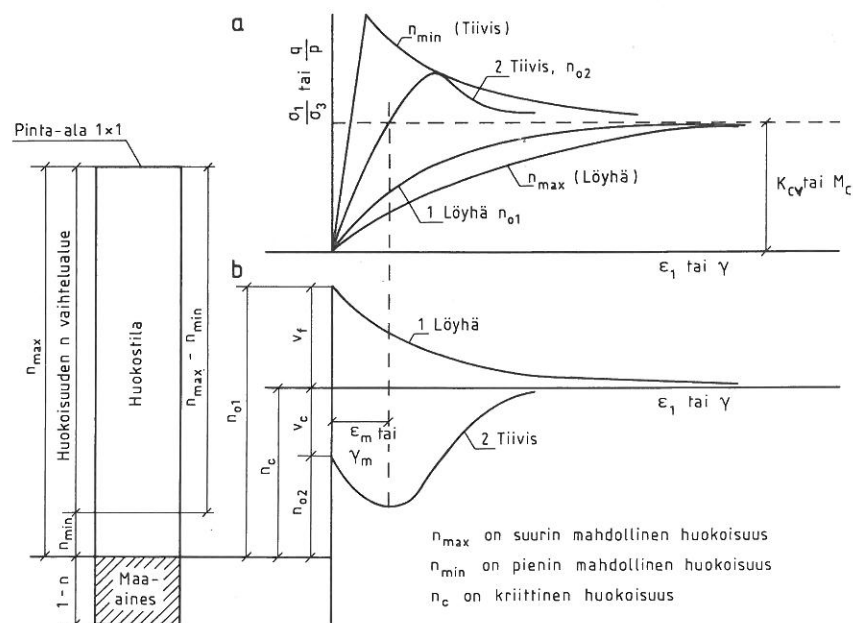
Suomalais-neuvostoliittolaisten teknistieteellisten tapaamisten yhteydessä on keskusteltu mm. maamekaniikan konstitutiivisten yhtälöiden muodostamisperiaatteista. Suomessakin vierailleen prof. Stroganovin käsityksen mukaan yhtälöllä (5a) tai (5b) on ratkaiseva merkitys käyttökelpoisia, suunnittelussa välittömästi käytettäviä, deformaatio-yhtälöitä muodostettaessa. Prof.

Stroganov on esittänyt useita lähinnä plastisuusteoriaan perustuvia konstitutiivisia yhtälöitä, jotka ovat soveltuneet hyvin suuressa mittakaavassa tehtyjen kuormituskokeiden tulosten approksimoimiseen.

Likimääräinen, mutta kuitenkin käyttökelpoinen, myötösuhteen yhtälö voidaan johtaa mm. niin, että maan deformatuminen otaksutaan stokastiseksi syntymä-kuolemaprosessiksi (birth-death process), joka on analooginen esim. biologisten populaatioiden kasvuprosessille. Syntymä-kuolema -prosessista käytetään seuraavassa lyhennystä b-d -prosessi. Tavoitteena on maakerroksen tilavuuden muutoksen ja leikkausdeformaation (muodonmuutoksen) välisen vuorosuhteen selvittäminen. Maakerroksen huokoisuuden ja samalla tilavuuden muutos on tullut "populaatioksi". Klassisen b-d -prosessin aikatermi [2] on korvattu leikkausdeformaatiolla γ .

Myötösuhteen yhtälöä johdettaessa on tällöin otaksuttu:

- Maakerroksen tai sitä edustavan maanäytteen tilavuuden muutos tapahtuu yksinomaan huokostilassa. Maarakeiden mahdollinen tilavuuden muutos jätetään huomioon ottamatta. Kuva 4.
- Yksinomaan tiivistyvän löyhän maakerroksen deformatuminen otaksutaan lineaariseksi b-d -prosessiksi ja tiiviin kerroksen deformatuminen vastaavasti epälineaariseksi b-d -prosessiksi.
- Kuivan maakerroksen deformatumiseen aktiivisesti osallistuvat huokokset (kuva 1a) muodostavat epäjatkuvan systeemin. Tilavuuden muutos muodostuu aktiivisten huokosten "syntymisestä" ja "kuolemasta".



Kuva 4. a) Jännityssuhteen ja deformaation välinen riippuvuus avoimessa kolmiakseli- tai leikkauskokeessa, b) Näytteen huokoisuuden (= tilavuuden) muutos samassa kokeessa.

Yksinomaan tiivistyvän maakerroksen deformatumistapahtumassa ovat voimassa lisäksi seuraavat yleiset lineaarisen b-d -prosessin lähtöolettamukset [6]. Kuvassa 4 tällaista maakerrosta edustaa löyhä näyte, jonka huokoisuus on leikkaustapahtuman alussa n_{01} .

- Todennäköisyys siihen, että aktiivinen huokonen "kuolee" leikkausdeformaation $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$ aikana on $\mu_m \Delta\gamma$.
- Todennäköisyys siihen, että aktiivinen huokonen "syntyy" leikkausdeformaation $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$ aikana on $\lambda_m \Delta\gamma$.
- Todennäköisyys siihen, että aktiivisten huokosten määrä pysyy leikkausdeformaation $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$ aikana muuttumattomana on $[1 - (\lambda_m + \mu_m) \Delta\gamma]$.
- Todennäköisyys siihen, että leikkausdeformaation $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$ aikana kuolisi tai syntyisi enemmän kuin yksi aktiivinen huokonen on nolla.
- Todennäköisyys aktiivisen huokosen syntymään tai kuolemaan on verrannollinen ko. hetkellä olemassa olevien aktiivisten huokosten kokonaistilavuuteen m ts. $\lambda_m = m\lambda$ ja $\mu_m = m\mu$.

Edellä esitettyjen olettamusten perusteella muodostettujen differentiaaliyhtälöiden ratkaisuja on käsitelty lukuisissa oppikirjoissa (esim. [6]). Tässä yhteydessä esitetään vain lineaarisen b-d -prosessin keskimääräistä edistymistä edustava yhtälö (6).

$$\langle m \rangle = m_0 e^{-(\mu - \lambda)\gamma} = m_0 e^{-\gamma/\gamma_0} \quad (6)$$

$\langle m \rangle$ on aktiivisten huokosten kokonaistilavuus kun leikkausdeformaatio on γ
 m_0 on aktiivisten huokosten vastaava tilavuus b-d -prosessin alkuhetkellä kun $\gamma = 0$.

Löyhän maakerroksen deformatumisen yhteydessä kuolevien huokosten määrä on suurempi kuin syntyvien huokosten määrä, joten $\mu - \lambda > 0$. Kun otaksutaan, että deformatumisen yhteydessä tapahtuvan tilavuuden muutoksen loppuarvo v_f on yhtä suuri kuin aktiivisten huokosten tilavuus m_0 , saadaan yhtälön (6) perusteella tilavuuden muutoksen ja leikkausdeformaation väliseksi vuorosuhteeksi yhtälö (7).

$$v = v_f (1 - e^{-\gamma/\gamma_0}) \quad (7a)$$

$$v_f = m_0 = n_{01} - n_c \quad (\text{kuva 4b})$$

$$\frac{dv}{d\gamma} = \frac{v_f}{\gamma_0} e^{-\gamma/\gamma_0} = \frac{1}{\gamma_0} (v_f - v) = \frac{M_c}{\lambda} e^{-\gamma/\gamma_0} \quad (7b)$$

n_c on kriittinen huokoisuus, jolloin $dv/d\gamma \Rightarrow 0$.

Kuvassa 3d on tilavuuden muutoksen ja leikkausdeformaation vuorosuhdetta approksimoitu yhtälöllä (7a) ja kuvassa 3c vastaavasti yhtälöllä (7b). Kuvan perusteella todetaan, että yhtälö (7) approksimoi hyvin Oulun saven ha-

vaintotuloksia.

Yhtälö (7) voidaan johtaa myös deterministisesti lähtemällä yksinkertaisesta, mutta kuitenkin usein voimassa olevasta olettamuksesta: "Tapahtumisnopeus", tässä tapauksessa $dv/d\gamma$, on verrannollinen jäljellä olevaan "tapahtumaan" ($v_f - v$).

$$\frac{dv}{d\gamma} = \frac{1}{\gamma_0} (v_f - v) . \quad (7b)$$

Kendall [2] on käsitellyt epälineaarista b-d -prosessia, jossa prosessiin osallistuvat yksilöt vaikuttavat toinen toisiinsa ja samalla populaation muuttumisnopeuteen. Tiiviin maakerroksen tai maanäytteen deformatumisen yhteydessä muodostuvan tilavuuden muutokselle saadaan Kendallin johtamista ratkaisuksista yhtälö (8), (kuva 4b).

$$v = v_c \left[e^{\lambda_0 \gamma - \frac{1}{2} \mu_1 \gamma^2} + 1 \right] = v_c \left[e^{f(\gamma)} + 1 \right] \quad (8a)$$

$$\frac{dv}{d\gamma} = v_c (\lambda_0 - \mu_1 \gamma) e^{\lambda_0 \gamma - \frac{1}{2} \mu_1 \gamma^2} \quad (8b)$$

$$\gamma_m = \frac{\lambda_0}{\mu_1} . \quad (8c)$$

γ_m on leikkausdeformaatio tiivistymisvaiheen lopussa (kuva 4b).

v_c on löyhtyvän maakerroksen tilavuuden muutoksen loppuarvo (kuva 4b).

Kuvassa 4 edustaa tiivis näyte (2), jonka huokoisuus on kokeen alussa n_{o2} , yhtälön (8) mukaan käyttäytyvää maakerrosta. Yhtälöä (8) johdettaessa on otaksuttu, että populaation "syntymisnopeus" on vakio. "Kuolemisnopeus" riippuu sitävästoin γ :sta. On mahdollista, että tilavuuden muutoksen ja leikkausdeformaation välinen vuorosuhde hallitaan geoteknisen suunnittelun kannalta tärkeimmissä tapauksissa, jos funktiolle $f(\gamma)$ yhtälössä (8a) onnistutaan löytämään oikea muoto. On ilmeistä, että tämä funktio on yleisessä tapauksessa muotoa (9). Konstitutiivisia yhtälöitä muodostettaessa joudutaan yleensä aina sen tosiasian eteen, että joku osayhtälö on muotoiltava empiirisesti.

$$f(\gamma) = \lambda \gamma^\alpha - \mu \gamma^\beta . \quad (9)$$

Kun myötösuhteen yhtälölle (5a) on onnistuttu löytämään ko. maalajille soveltuva ja kohtuullisen tarkka muoto saadaan deformaatioyhtälö sijoittamalla $dv/d\gamma$:n arvo joko yhtälöön (3a) tai (4c). Deformaatioyhtälöksi on sanottu jännityssuhteen ja leikkausdeformaation välistä vuorosuhdetta esittävää konstitutiivista yhtälöä. Kombinoimalla yhtälöt (3a) ja (7b) saadaan [4] deformaatioyhtälö (10).

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - e^{-\gamma/\gamma_0}}{1/M_c - \frac{1}{3} \frac{M_c}{\lambda} e^{-\gamma/\gamma_0}} \quad (10)$$

Kuvassa 3b on Oulun saven kolmiakselikokeen tulosta approksimoitu deformaatioyhtälöllä (10). Kuvan perusteella todetaan, että yhtälö soveltuu hyvin tähän tarkoitukseen plastisen deformaation alueella. Kokeen alkupuolella, (elastisella alueella) $(q/p):n$ ja $\gamma:n$ välinen vuorosuhde on likipitään suora. Yhtälö (10) on analooginen kaksimolekyylisen kemiallisen reaktion yhtälön kanssa. Aikatermi on tällöin korvattava, kuten edellä on myös b-d -prosessissa tehty, leikkausdeformaatiolla γ . Kemiallisen prosessin konsentraatio on korvattava jännityssuhteella (q/p) . Kun kombinoidaan yhtälöt (4c) ja (7b) saadaan vastaavasti yksimolekyylisen kemiallisen reaktion kanssa analoginen yhtälö (11) [4].

$$\frac{q}{p} = M_c \left[1 - e^{-\gamma/\gamma_0} \right] \quad (11)$$

Yhtälö (11) on ilmeisesti yksinkertaisin epälineaarinen konstitutiivinen yhtälö. Sitä voidaan kuitenkin soveltaa eräiden koheesio-maatyyppien deformaation kuvaamiseen [4], [8].

Edellä on pyritty osoittamaan, että geoteknisessä suunnittelussa tarvittavat konstitutiiviset yhtälöt (10) ja (11) voidaan muodostaa myötösäännön ja myötösuhteen avulla. Tällöin ei tarvita plastisuusteoriassa yleisesti käytettyä normaalisuussääntöä. Tämä abstraktinen sääntö soveltunee vain koheesiomaalajeille ja niillekin vain rajoitetulla alueella. Kriittisen tilan järjestelmän [8] kehittämiseen osallistunut englantilainen prof. Schofield yhtyi tähän kannanottoon Kööpenhaminan teknillisessä korkeakoulussa v. 1980 käydyssä keskustelussa. Normaalisuussäännön soveltamista kitkamaalajien konstitutiivisten yhtälöiden muodostamiseen prof. Schofield ei pitänyt taroituksenmukaisena.

Maan konstitutiivisiin yhtälöihin kohdistuva tutkimus on muodostanut ja muodostaa edelleen tärkeän tutkimuskohteen. Selvittelemällä näiden yhtälöiden fysikaalisia perusteita, mm. deformaatiomekanismia ja siihen vaikuttavia tekijöitä, saadaan vähitellen selkenevä kuva maan mekaanisen käyttäytymisen säännöistä. Konstitutiiviset yhtälöt muodostavat perustan useille geoteknisessä suunnittelussa tarvittaville mitoitusmenetelmille ja, kuten edellä todettiin, erityisesti tietokoneiden sekä elementtimenetelmän mielekkäälle soveltamiselle maamekaniikassa.

SYMBOLIT

- $\bar{E}_u$ Kokonaisdeformaation moduuli suljetussa tilassa, kun Poissonin luku $\bar{\nu}_u = 0,5$
- $\bar{E}_d$ Kokonaisdeformaation moduuli avoimessa tilassa ($\bar{\nu}_d < 0,5$)
- M Kokoonpuristuvuusmoduuli ($\epsilon_2 \equiv \epsilon_3 \equiv 0$) eli tilavuusmoduuli yksisuuntaisessa deformaatiotilassa
- Moduulien alaindeksi s tarkoittaa sekantti- ja alaindeksi t tangenttimoduulia
- m Moduuliluku yksisuuntaisessa deformaatiotilassa ja β vastaava jännityksen eksponentti
- σ_v vertailujännitys
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ pääjännityksiä
- $p = 1/3 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$
- $q = \sigma_1' - \sigma_3'$
- $v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$, tilavuuden muutos
- $\gamma = \epsilon_1 - \epsilon_3$, leikkausdeformaatio
- CIDC isotrooppisesti konsolidoitu, avoimessa tilassa leikattu (puristettu) kolmiakselikoe.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Janbu, N., Grunnlag i geoteknikk. Trondheim 1970. 426 s.
- [2] Kendall, D.G., On the generalized "birth-and-death" -process. Symp. Stoc. Processes 1949. Ann. Math. Stat. 19. S. 1-15.
- [3] Korhonen, K-H., Heikosti kantavan maapohjan konsolidoituminen (Abstract). Espoo 1977. Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Rakennus- ja yhdyskuntateknikka, julkaisu 19. 72 s.
- [4] Korhonen, K-H., Maan mekaaniset ominaisuudet. Deformoituminen avoimessa kolmiakselikokeessa. Valtion teknillinen tutkimuskeskus. Geotekniikan laboratorio. Tiedonanto 35. Espoo 1979. 117 s.
- [5] Ohde, J., Vorbelastung und Vorspannung des Baugrunds und ihr Einfluss aus Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand. Bautechnik 1949:5, s. 129-134, 1949:6, s. 163-167.
- [6] Reichl, L.E., A modern course in statistical physics. USA 1980. 709 s.
- [7] Rowe, P.W., The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Proc. Roy. Soc., Vol. 269, No 1339. Cambridge 1962. S. 500-527.
- [8] Schofield, A. & Wroth, P., Critical state soil mechanics. London 1968. 310 s.
- [9] Tsytovich, N., Soil mechanics, Moscow 1976. 293 s.

Kalle-Heikki Korhonen, prof., Teknillinen korkeakoulu, rakennusinsinööriostas-to, pohjarakennus ja maamekaniikka