

KESKUSTELUA

KOMMENTTI VARPASUON ARTIKKELIIN "YDINVOIMALAITOSTEN VAURIOTODENNÄKÖISYYTEEN PERUSTUVAT MITOITUSMENETELMÄT"

Tarkastelen seuraavassa vain e.m. artikkelin loppuosassa olevaa laskuesimerkkiä.

Vertailu murtotilamenetelmään artikkelissa käytetyllä tavalla antaa mielestäni harhaanjohtavan kuvan tavallisella murtotilamitoituksella saatavasta tilastollisesta varioitumistodennäköisyydestä. Tämä johtuu siitä, että tarkastelmissa on käytetty kuorman ja lujuuden keskiarvoja karakteristisina arvoina. Käytännössä karakteristiset arvot eli ominaiskuormat ja ominaislujuudet määritellään 1...10 %:n fraktiililla, yleisimmän fraktiilin ollessa 5 %.

Seuraavassa esitetään kyseisellä murtotilamenetelmällä saatava vaurioitumistodennäköisyys, kun ominaiskuorma ja ominaislujuus otaksutaan määritellyiksi 5 %:n fraktiililla.

Käytettävät tilastomatemattiset yhtälöt:

$$F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\theta - 1}{\sqrt{\theta^2 V_R^2 + V_S^2}}$$

$$\theta = \frac{m_R}{m_S} = \frac{\gamma_R \gamma_S (1 + k_S V_S)}{1 - k_R V_R}$$

missä

m_R on lujuuden keskiarvo,

m_S on kuorman keskiarvo,

σ_R on lujuuden keskihajonta,

σ_S on kuorman keskihajonta,

$V_R = \sigma_R/m_R$ lujuuden variaatiokerroin,

$V_S = \sigma_S/m_S$ kuorman variaatiokerroin,

$\theta = m_R/m_S$ kokonaisvarmuuskerroin,

γ_R on lujuuden osavarmuuskerroin,

γ_S on kuorman osavarmuuskerroin,

k_R on ominaislujuuden fraktiilia vastaava kerroin,

k_S on ominaiskuorman fraktiilia vastaava kerroin.

Kun sijoitetaan arvot: $\gamma_R = 1,1$, $\gamma_S = 1,5$, $k_R = k_S = 1,645$, $V_S = 25/100 = 0,25$, $V_R = 20/400 = 0,05$, saadaan: $\theta = 2,53$, $\beta = 5,46$, $F = 1,1 \cdot 10^{-9}$, $V = 0,999999999$.

Saatu vaurioitumistodennäköisyyden arvo on hiukan todellista pienempi, koska käytetty teräksen lujuuden variaatiokerroin on yleisesti esiintyvää arvoa pienempi. Sopiva yleinen variaatiokertoimen arvo rakenneteräksille lienee $V_R = 0,06...0,08$. Kun materiaalin osavarmuuskertoimeen tavallisesti sisällytetään myös mittapoikkeamien vaikutus ja mitoituksessa varaudutaan korroosion vaikutuksiin, on sopiva $V_R \approx 0,10$, jolloin $F \approx 4 \cdot 10^{-7}$.

Asko Sarja

RUUVIVIIVAN MUOTOINEN AVARUUSSAUVA

Artikkelissa /1/ on esitetty voimamenetelmään perustuva ratkaisuperiaate ruuviviivan muotoisen sauvan voimasuureiden ratkaisemiseksi. Seuraavassa olen esittänyt havaitsemieni oleellisten virheiden korjausten lisäksi muutamia lisäviitteitä aiheesta kiinnostuneille.

Tasapainoehtoja esittävä yhtälöryhmä (4) saadaan erikoistapauksena Kirchhoff-Clebschin (1859, 1862) nimellä tunnetuista yhtälöistä, kun sijoitetaan pääkaarevuuksien arvot $k_1 = 0$, $k_2 = \cos^2 \alpha / r$ ja kierevyyden arvo $h = \cos \alpha \sin \alpha / r$. Tällöin todetaan, että yhtälöryhmissä (4), (8) ja (9) kussakin on viidennen yhtälön ensimmäisen termin etumerkki vaihdettava. Näiden yhtälöiden ratkaisua suljetussa muodossa on tarkasteltu kirjan /3/ luvussa 7. On huomattava, että jos vääntökeskiö ei yhdy poikkileikkauksen painopisteeseen, niin yhtälöihin tulee lisätermiä, jotka näkyvät esim. artikkelin /6/ yhtälöistä 4.6 tai artikkelin /4/ yhtälöistä (15).

Yhtälöiden (5) ja (6) kerroinmatriiseissa on joitakin virheitä. Oikea muoto on seuraava:

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ds} \frac{\cos^2 \alpha}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\cos^2 \alpha}{r} \frac{d}{ds} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} \frac{d}{ds} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{ds} \frac{\cos^2 \alpha}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{\cos^2 \alpha}{r} \frac{d}{ds} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} \frac{d}{ds} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ja

$$\begin{bmatrix} 0 & \cos^2 \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos^2 \alpha & 0 & \sin \alpha \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & r & -\cos^2 \alpha & 0 & \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & -r & 0 & 0 & -\sin \alpha \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sivulla 25 mainittu ero Ylisen esittämään ratkaisuun johtuu erilaisista voimareunaehdoista. Lähteessä /2/, s. 415...417 on osoitettu, että on olemassa voimatila, jota vastaava siirtymätila muuttaa ruuviviivan (kierrejousen) toiseksi ruuviviivaksi, jolla on uusi säde ja nousukulma.

Yhtälöryhmä (14) esittää kahden samankätisen systeemin (M_x, M_y, M_z) ja (T, M_r, M_n) välistä ortogonaalimuunnosta (vrt. kuvat 6 ja 2)^x. Tällaisen muunnoksen kerroindeterminantin tulisi olla 1 eikä -1. Voidaankin todeta, että yhtälöryhmissä (14) ja siten myös yhtälöryhmissä (15), (19) ja (22) on kaikkien yhtälöiden oikean puolen etumerkki vaihdettava. Ryhmässä (22), joka siis saadaan yhtälöistä (15) eikä (12), on ensimmäisen yhtälön viimeisen termin oltaava $-qr^2(\phi - \phi_0)$. Yhtälöt (19) ovat muutenkin väärin, sillä kaikkien momenttien tulee hävitä kohdassa $\phi = \phi_F$, kun $r_F = r$. Oikeat lausekkeet saadaan yhtälöistä (15)

$$\begin{aligned} T &= F \cos \alpha [r_F \cos(\phi - \phi_F) - r] \\ M_r &= F r_F \sin(\phi - \phi_F) \\ M_n &= F \sin \alpha [r - r_F \cos(\phi - \phi_F)] \end{aligned} \quad (19)$$

Näin ollen myöskään yhtälöt (20) eivät voine olla oikein.

Yhtälöryhmän (21) toisen yhtälön keskimmäisen lausekkeen edestä puuttuu miinusmerkki. Kuvassa 10 ja sivun 33 rivillä 8 alh. pitää olla $\sin\beta:n$ tilalla $\sin\beta_1$.

Todettakoon lopuksi, että käyrien sauvojen ja spiraalikuorien (esim. kierreportaat, siltarampit) analyysia on käsitelty viime aikoina mm. Schröterin /3/, /4/ ja Weissgerberin /5/, /6/ töissä. Kollbrunner ja Hajdin /7, Kapitele IV/ ovat käsitelleet ohutseinämäistä käyrää sauvaa. Näistä lähteistä löytyy tietysti kymmenittäin uusia viitteitä.

- [1] Kanerva, P. ja Nordlund, O.-P., Ruuviviivan muotoinen avaruussauva. Rakenteiden Mekaniikka 10 (1) 1977, s. 21...37.
- [2] Love, A.E.H., A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed., Dover, New York, 1944.
- [3] Schröter, H.-J., Beitrag zur statischen Berechnung räumlich stark gekrümmter Stäbe nach dem Übertragungsmatrizen-Verfahren mit praktischer Anwendung auf beliebig geformte, gestützte und belastete freitragende Wendelschalen. Dissertation Darmstadt 1972.
- [4] Schröter, H.-J., Anwendung einer Theorie räumlich stark gekrümmter Stäbe auf beliebig geformte, gestützte und belastete freitragende Wendelschalen. Der Stahlbau 42(11) 1973, s. 338...345 & 42 (12) 1973, s. 362...367.
- [5] Weissgerber, V., Ein Beitrag zur Berechnung von Schalentragwerken mit gekrümmten finiten Elementen auf der Grundlage eines erweiterten Variationsprinzips mit der Wendelschale als Beispiel. Dissertation Darmstadt 1974.
- [6] Weissgerber, V., Schnittkraft-Verformungs-Beziehungen des räumlich stark gekrümmten Stabes. Der Stahlbau 43 (11) 1974, s. 348...350.
- [7] Kollbrunner, C.F. & Hajdin, N., Dünnwandige Stäbe. Band 1. Springer, 1972.

Seppo Salonen

EDELLISEN JOHDOSTA

Selvittyämme Seppo Salosen esittämän musertavan virheluettelon aiheuttamasta ensimmäisestä säikähdyksestä tarkistimme artikkelin ja vertasimme sen lehdessä ollutta versiota alkuperäiseen käsittehtyyn versioon ja totesimme seuraavaa:

1. Yhtälöiden (5) ja (6) kerroinmatriisit saadaan yhtälöryhmästä (4). Vertaamalla kerroinmatriiseja yhtälöryhmän kertoimiin havaitaan, että lukuunottamatta kolmatta termiä matriisin neljännellä rivillä muut virheet ovat artikkelin kaksinkertaisen puhtaaksikirjoituksen aikana syntyneitä painovirheitä. Sen sijaan edellä mainittu $Q_n:n$ kerroin oli erheellisesti negatiivinen myös alkuperäisessä käsikirjoituksessa. Oikea merkki on positiivinen.
2. Sivulla 25 mainittu ero Ylisen oppikirjassa esitettyyn kierrejousen ratkaisuun riippuu siitä, kuinka Ylisen kirjassa käytetty otsikko "Z-akselin ympäri tapahtuva vääntö" tulkitaan. Jos sen otaksutaan tarkoittavan, että jousen kuormitetaan z-akselin ympäri vääntävällä vääntömomentilla, Ylisen kirjassa esitetty ratkaisu on viheellinen. Jos sen otaksutaan tarkoittavan, että jousen kuormitetaan voimakombinaatiolla, joka aiheuttaa jousen vääntymän z-akselin ympäri, jolloin kierrejousen pisteiden siirtymä koostuu translaatiosta jousen tangentin suuntaan ja rotaatiosta vääntöakselin suuntaisen suoran ympäri, niin Ylisen ratkaisu on oikea.
3. Artikkelissa valittujen positiivisten suuntien perusteella yhtälöryhmässä (14) vektorit T , M_r , M_n muodostavat vasenkätisen systeemin. Oikeakätinen systeemi saadaan asettamalla yhtälöt järjestykseen M_r , T , M_n . Tällöin kerroindeterminantin rivijärjestys vaihtuu ja determinantista tulee positiivinen.
4. Yhtälöryhmässä (22) ensimmäisen yhtälön viimeisen termin pitää olla, $+qr^2(\phi-\phi_0)$. Toisen potenssin puuttuminen on ilmeinen painovirhe, koska se löytyi alkuperäisestä käsikirjoituksesta.
5. Yhtälöt (1) on kuvan 8 merkinnöistä poiketen kirjoitettu kuomitustapaukselle, jossa kuorma F vaikuttaa kierresauvan kohdalla eli $r = r_F$. Tämä, esitetyn kaavan ja tekstin välinen ristiriita johtuu siitä, että alunperin oli tarkoitus esittää kuvan mukaiseen yleisempään kuomitustapaukseen sopivat kaa-

vat, joiden esittämisestä kuitenkin luovuttiin kuvaa ja tekstiä kuitenkin korjaamatta. Nykyisissä kaavoissa r_F tulee korvata r :llä. Voidaan todeta, että ehdolla $\phi = \phi_F$ momentit katoavat, kuten pitääkin. Tekstin edellyttämässä laajemmassa muodossa yhtälöt (19) saadaan kuvan mukaisessa koordinaatistossa (r, t, n) seuraavasti

$$\begin{aligned} M_r &= -Fr_F \sin(\phi - \phi_F) \\ T &= F \cos \alpha (r - r_F \cos(\phi - \phi_F)) \\ M_n &= F \sin \alpha (r_F \cos(\phi - \phi_F) - r) \end{aligned} \quad (19')$$

Ne Seppo Salosen huomautukset, joita edellä ei ole kommentoitu ovat käsi- kirjoituksessa oikein ja syntyneet puhtaaksikirjoitusvaiheessa.

Lisäksi ryhmän (14) viimeisessä yhtälössä on ilmeinen painovirhe. M_x :n tilalla tulee olla M_z . Sivun 32 ylimmällä rivillä pitäisi olla "Muunnoksilla (15), ja sivun 34 ylhäältä lukien neljännellä rivillä pitäisi h:n asemesta olla a.

Yhteenvetona edellisestä voisi todeta, että paljon kaavoja sisältävän artikkelin oikolukemisessa ei voi koskaan olla liian huolellinen ja että sopivan lähdekirjallisuuden etsimiseen käytetyn ajan lisääminen olisi ainakin tässä tapauksessa saatu moninverroin takaisin. Kiitämme Seppo Salosta siitä perusteellisesta työstä, jonka hän on tehnyt tarkastaessaan artikkelimme näinkin yksityiskohtaisesti ja niistä huomautuksista, joiden seurauksena tehdyt korjaukset ovat lisänneet artikkelin käyttöarvoa ja johtaneet meidät paneutumaan uudestaan aiheeseen. Lisäksi valitamme sitä, että lähdekirjallisuutta pääosin henkilöhaastatteluin etsiessämme emme osuneet asiaan parhaitan perehtyneeseen.

*Pekka Kanerva
Olli-Pekka Nordlund*