

EPÄKESKEISESTI PURISTETUN KULMATANGON STABIILIUDESTA

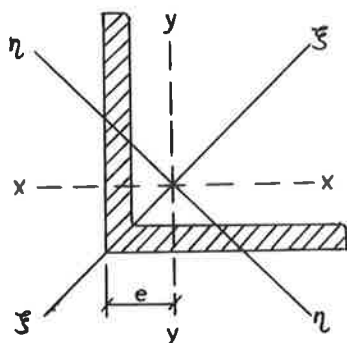
Veikko Rantala ja Pentti Loikkanen

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 9
No. 4 1976 17...26

YHTEENVETO: Kirjoituksessa tarkastellaan epäkeskeisesti kuormitettujen kulmaterästankojen stabiiliutta määrittämällä sallittava puristusvoima Teräsrakenteiden suunnitteluohjeen ja Kansainvälisen suosituksen mukaan, sekä nurjahduskuorma laskennallisesti ja kokeellisesti ja verrattu sitä eräisiin muihin vastaaviin kokeellisiin tuloksiin.

JOHDANTO

Standardi SFS 3200 Teräsrakenteiden suunnitteluohjeet [1] ei varsinaisesti sisällä menetelmää epäkeskeisesti puristetun kulmatangon mitoittamiseksi. Tämän tapauksen tutkimiseksi on seuraavassa laskettu eri menetelmin sallittu puristusvoima ja eräillä toisilla tavoilla suurin tangon kestävä voima. Laskelmat on suoritettu kulmatangoilla, joiden poikkileikkausmitat on esitetty kuvassa 1 ja pituudet ja päiden kiinnitys kuvassa 2. Nämä tangot on myös kuormitettu kokeellisesti.



Kuva 1. Kokeissa ja laskelmissa käytettyjen kulmatankojen L 50x50x5 poikkileikkausmitat.

$$A = 480 \text{ mm}^2$$

$$e = 14,0 \text{ mm}$$

$$I_x = I_y = 110000 \text{ mm}^4$$

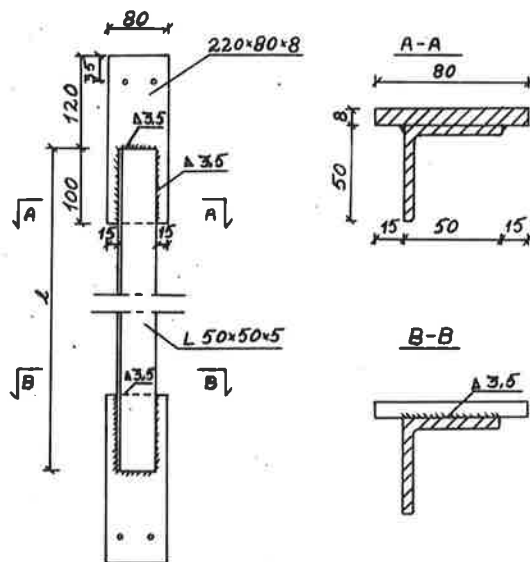
$$i_x = i_y = 15,1 \text{ mm}$$

$$I_\xi = 174000 \text{ mm}^4$$

$$i_\xi = 19,0 \text{ mm}$$

$$I_\eta = 45900 \text{ mm}^4$$

$$i_\eta = 9,8 \text{ mm}$$



Kuva 2. Koesauvat.

n:o	1
1	1406 mm
2	1300 "
3	1000 "
4	700 "
5	400 "

LASKELMAT NORMIEN MUKAAN

Lasketaan kulmatangoille sallittava puristusvoima normien [1] kohtien 3.43 ja 3.44 mukaan niissä käytetyin merkinnöin. Sallittua puristusvoimaa vastaava varmuus nurjahdusta vastaan saadaan jakamalla kokeellisesti saatu nurjahduskuorma laskelmin saadulla sallitulla kuormalla.

Koetanko_1

$$l = 1410 \text{ mm}$$

$$A = 480 \text{ mm}^2$$

$$i_x = 15,1 \text{ mm}$$

$$\frac{l}{i_x} = 93,4$$

$$e = 14 \text{ mm}$$

$$1,1 \times \frac{\sigma_n}{\sigma_{nsall}} + \frac{\sigma_{tn}}{\sigma_{tsall}} \leq 1$$

$$\sigma_{nsall} = 82,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{tsall} = 147 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_n = \frac{P}{A} = \frac{P}{480}$$

$$\sigma_{tn} = \frac{M_e}{I_x} = \frac{Pe^2}{I_x} = \frac{P}{561}$$

$$1,1 \times \frac{P}{480 \times 82,4} + \frac{P}{561 \times 147} \leq 1$$

$$(90714 + 39552)P \leq 3261734700$$

$$P_{sall} \leq 25000 \text{ N} = 25 \text{ kN}$$

$$\text{varmuus } n = \frac{45,2}{25} = 1,81$$

Samalla tavalla laskemalla saadaan sallituiksi kuormiksi ja varmuusluvuiksi muille koetangoille seuraavat arvot:

Koetanko n:o	P_{sall}	n
2	26,7 kN	1,82
3	29,8 "	2,11
4	32,7 "	2,04
5	35,2 "	2,10

LASKELMAT KANSAINVÄLISEN SUOSITUKSEN MUKAAN

Epäkeskeisesti kuormitetut kulmatangot mitoitetetaan [2]:n kohdan R 62.105 mukaan.

Koetanko 1

$$l_k = 1406 \text{ mm}$$

$$A = 480 \text{ mm}^2$$

$$I_x = 110000 \text{ mm}^4$$

$$i_x = 15,1 \text{ mm}$$

$$\sigma_r = 225 \text{ N/mm}^2 \text{ (myötöraja)}$$

$$\lambda = \frac{l_k}{i_x} = 93,4$$

$$\lambda_r = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{225}} = 95,8$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_r} = 0,97$$

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_r}\right)_{eff} = 0,35 + 0,57 \frac{\lambda}{\lambda_r} = 0,35 + 0,57 \times 0,97 = 1,15$$

kohdan B mukaan

$$\frac{\sigma_k}{\sigma_r} = 0,5088 \Rightarrow \sigma_k = 114,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = - \frac{P}{A} - \frac{M_e}{I_x} = - \frac{P}{480} - \frac{P \times 196}{110000} = - 114,5$$

$$\Rightarrow P_{sall} = 29,6 \text{ kN}$$

$$n = 1,53$$

Samalla tavalla menetellään muiden tankojen suhteen.

Koetanko n:o	P_{sall}	n
2	30,9 kN	1,57
3	35,2 "	1,79
4	39,5 "	1,69
5	43,7 "	1,69

NURJAHDUSKUORMAT STABIILIUSTEORIAN MUKAAN

Lasketaan nurjahduskuormat vääntötaivutusnurjahduksena. Saadut differentiaaliyhtälöt ovat kimmoisessa alueessa kuvan 3. pääjäyhyysakselistoa käyttäen

$$\begin{cases} EI_{zv}^{(4)} + P[v'' + (z_v - e_z)\varphi''] = 0 \\ EI_{yw}^{(4)} + P[w'' - (y_v - e_y)\varphi''] = 0 \\ EI_{\varphi}^{(4)} - GI_t\varphi'' + P[(z_v - e_z)v'' - (y_v - e_y)w'' + (r^2 + 2\beta_z e_z + 2\beta_y e_y)\varphi''] = 0 \end{cases}$$

Reunaehdoiksi otaksutaan, että sauvan päät voivat kiertyä y- ja z-akselien suhteen, mutta eivät pääse siirtymään niiden suunnissa. Poikkipintojen otaksutaan voivan käyristyä vapaasti sauvojen päissä. Reunaehdot voidaan tällöin kirjoittaa

$$\left. \begin{aligned} v = w = \varphi &= 0 \\ v'' = w'' = \varphi'' &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ kun } x = 0 \text{ ja } x = l$$

Siirtymät, jotka toteuttavat nämä reunaehdot, ovat muotoa

$$v = A \sin \lambda x$$

$$w = B \sin \lambda x$$

$$\varphi = C \sin \lambda x$$

$$\lambda = \frac{n\pi}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Sijoittamalla nämä siirtymäfunktiot yhtälöryhmä saadaan algebralliseen muotoon

$$\begin{cases} EI_z A \lambda^4 \sin \lambda x + P(-A \lambda^2 \sin \lambda x + e_z C \lambda^2 \sin \lambda x) = 0 \\ EI_y B \lambda^4 \sin \lambda x + P[-B \lambda^2 \sin \lambda x + (y_v - e_y) C \lambda^2 \sin \lambda x] = 0 \\ GI_t C \lambda^2 \sin \lambda x + P[e_z A \lambda^2 \sin \lambda x + (y_v - e_y) B \lambda^2 \sin \lambda x - (r^2 + 2\beta_y e_y) C \lambda^2 \sin \lambda x] = 0 \end{cases}$$

eli

$$\begin{cases} EI_z \lambda^2 A - PA + P e_z C = 0 \Rightarrow C = \frac{P - EI_z \lambda^2}{P e_z} A \\ EI_y \lambda^2 B - PB + P(y_v - e_y) C = 0 \\ GI_t C + P e_z A + P(y_v - e_y) B - P(r^2 + 2\beta_y e_y) C = 0 \end{cases}$$

eli

$$\begin{cases} (EI_y \lambda^2 - P) B + \frac{P(y_v - e_y)(P - EI_z \lambda^2)}{P e_z} A = 0 \\ P e_z A + P(y_v - e_y) B + \frac{(GI_t - Pr^2 - 2P\beta_y e_y)(P - EI_z \lambda^2)}{P e_z} A = 0 \end{cases}$$

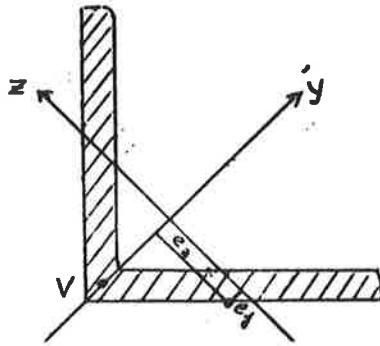
Kerroindeterminantin häviämisehdosta saadaan yhtälö

$$\frac{P^2(y_v - e_y)^2(P - EI_z \lambda^2)}{P e_z} + P e_z(P - EI_y \lambda^2) + \frac{(GI_t - Pr^2 - 2P\beta_y e_y)(P - EI_z \lambda^2)}{P e_z} (P - EI_y \lambda^2) = 0$$

eli

$$P^2(y_v - e_y)^2(P - EI_z \lambda^2) + P^2 e_z^2(P - EI_y \lambda^2) + (GI_t - Pr^2 - 2P\beta_y e_y)(P - EI_z \lambda^2)(P - EI_y \lambda^2) = 0$$

Sijoittamalla tähän poikkileikkaus- ja materiaaliarvot saadaan nurjahdusvoima ratkaistuksi. Kaikille koekappaleille yhteisiä arvoja ovat (kuva 3) vääntökeskiön V koordinaatit $y_v = -16,26$ mm, $z_v = 0$, kimmo- ja liukukerroin $E = 210$ kN/mm², $G = 81$ kN/mm², poikkipinnan pääjäyhyysmomentit $I_y = 174000$ mm⁴, $I_z = 45900$ mm⁴, puristusvoiman vaikutuspisteen koordinaatit



Kuva 3. Poikkileikkauksen pääjäyhyyskoordinaatisto.

$$e_y = -3,0 \text{ mm}, \quad e_z = -17,7 \text{ mm},$$

vääntöjäyhyys $I_t = 3960 \text{ mm}^4$ ja suureet

$$r^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + y_v^2 + z_v^2 = 723 \text{ mm}^2$$

$$\beta_z = \frac{1}{2I_y} \int z(z^2 + y^2) dA - z_v = 0$$

$$\beta_y = \frac{1}{2I_y} \int y(z^2 + y^2) dA - y_v = 15,71 \text{ mm}.$$

Koetenko_1

$$\lambda^2 = \left(\frac{\pi}{1406 \text{ mm}} \right)^2 = 4,99 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$$

Sijoittamalla numeroarvot saadaan

$$P^2 \times 175,8(P-48,2) + P^2 \times 313,3(P-182,7) + (320760 - 628,7P) \times \\ \times (P-48,2) \times (P-182,7) = 0$$

eli

$$-139,6P^3 + 400213,3P^2 - 79599904P + 2824657400 = 0.$$

Pienimmäksi P:n arvoksi saadaan

$$P_1 = 45,9 \text{ kN}.$$

Samalla tavalla laskemalla ja ottamalla huomioon myötörajaa vastaava puris-

tusvoima $\sigma_{sa} \cdot A = 105,6$ kN saadaan muille koesauvoille seuraavat tulokset:

Tanko n:o	l	P
2	1300 mm	52,7 kN
3	1000 "	83,6 "
4	700 "	105,6 "
5	400 "	105,6 "

NURJAHDUSKUORMAT ERÄIDEN KOKEIDEN MUKAAN

Tutkitulla tavalla kuormitettujen kulmatankojen kokeista on julkaistu artikkeli [3]. Kulmatangon nurjahduskuormalle on esitetty käyrä koordinaatissa, jossa vaak-akselilla on λ_x ja pystyakselilla P_{max}/P_Y .

$$\lambda_x = \frac{L}{\pi r_x} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}$$

Kulmatangoilla 50x50x5 on

$$r_x = 15,1 \text{ mm}$$

$$\sigma_Y = 220 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

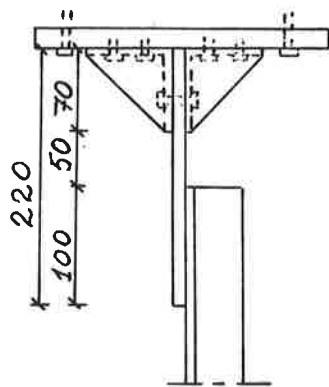
$$P_Y = 105,6 \text{ kN}$$

Koesauva n:o	l	λ_x	P_{max}/P_Y	P_{max}
1	1406 mm	0,959	0,57	60,2 kN
2	1300 "	0,887	0,58	61,2 "
3	1000 "	0,682	0,62	65,3 "
4	700 "	0,477	0,67	71,3 "
5	400 "	0,273	0,73	77,1 "

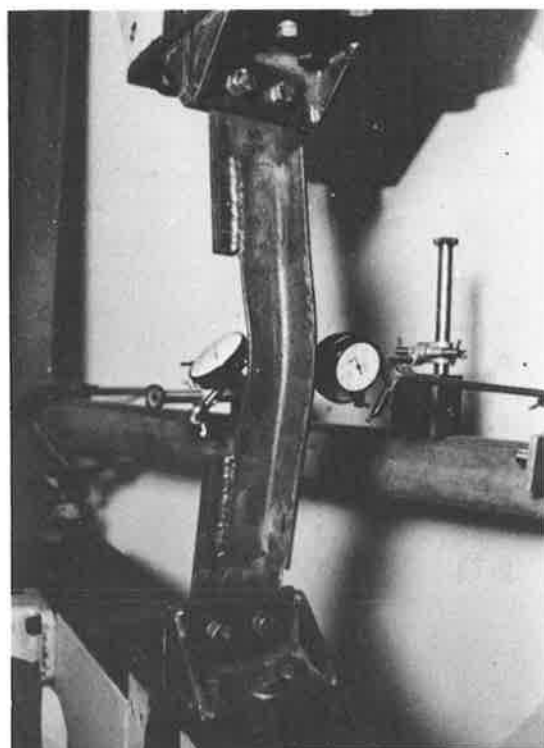
KOKEELLISET TULOKSET

Koesauvoiksi valittiin viisi kulmatankoa L50x50x5 teräksestä Fe 37. Pitteudet vaihtelivat välillä 400 mm...1406 mm. Tankojen päihin hitsattiin lattateräksiset (kuva 2), joiden avulla tangot kiinnitettiin puristuskoneeseen (kuva 4).

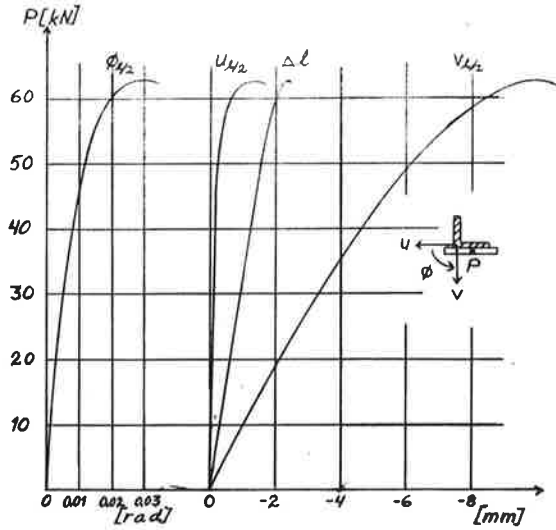
Kokeissa puristavaa voimaa lisättiin tasaisin välein nurjahdukseen saakka. Sauvan keskikohdasta mitattiin sivusiirtymät x- ja y-suuntiin sekä kiertymä. Lisäksi mitattiin sauvan kokoonpuristuma (kuva 6). Venymäliuskojen avulla mitattiin kulmatankojen keskikohdasta suhteellinen muodonmuutos poikkileikkauksen kulmista koekappaleilla 3 ja 4. Niiden avulla saadaan lasketuksi poikkileikkauksen jännitysjakautuma (kuva 7).



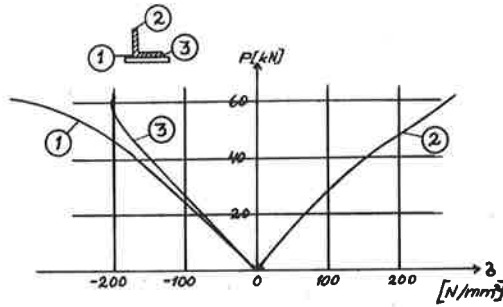
Kuva 4. Sauvojen kiinnitys puristuskoneeseen.



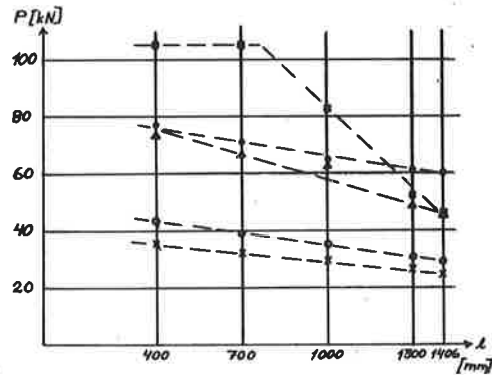
Kuva 5. Koesauva n:o 5 nurjahtaneena.



Kuva 6. Koesauvan n:o 3 keskikohdan sivusiirtymät u ja v x- ja y-suuntiin sekä kiertymä ϕ . Lisäksi sauvan kokoonpuristuma Δl .



Kuva 7. Koesauvan n:o 3 jännitysjakautuma keskikohdan poikkileikkauksessa.



Kuva 8. Eri menetelmin saatujen tulosten vertailu.
 $\times$ P_{sall} teräsnormien [1] mukaan
 $\circ$ P_{sall} kansainvälisen suosituksen [2] mukaan
 Δ P_{sall} suoritettujen kokeiden mukaan
 $\square$ P_{max} stabiilisuusteorian mukaan
 $\bullet$ P_{max} [3]:n kokeiden mukaan

Koetulokset:

Koetanko n:o	P _{max}
1	45,2 kN
2	48,5 "
3	63,0 "
4	66,8 "
5	73,9 "

TULOSTEN TARKASTELUA

Vertailtaessa tuloksia (kuva 7) todetaan normiemme [1] mukaan esitetyllä tavalla määritetyn sallitun puristusvoiman olevan sauvan pituudesta sanottavasti riippumatta keskimäärin 16 % pienempi kuin [2]:n mukaan. Suoritetuissa kokeissa mitattu nurjahduskuorma on keskimäärin 10 % pienempi kuin [3]:n kokeissa saatu siten, että ero on suurempi pitempien sauvojen kohdalla. Ero selittyy nurjahduskuorman herkästä riippuvuudesta kuormitusepäkeskisyydestä, jonka saaminen tarkasti harkitun suuruiseksi tuottaa koejärjestelyissä vaikeuksia. Stabiiliusteorian mukaan lasketut arvot ovat pidemmällä sauvoilla edellisten tulosten välillä, mutta lyhyemmällä sauvoilla sen sijaan selvästi suuremmat. Ero johtuu ilmeisesti otaksuttujen reunaehtojen poikkeamisesta todellisista olosuhteista sekä jännitysten kimmoisen alueen rajojen ylittämisestä. Ts. todellisuudessa tapaus on laskennollisesti huomattavasti monimutkaisempi kuin mitä käytetty malli kuvaa.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Standardi SFS 3200 Teräsrakenteiden suunnitteluohteet, 1974 (RIL 90).
- [2] European Convention for Construction Steelwork, European Recommendations for Steel Constructions Volume II - Recommendations for Steel Structures. 1st Edition 1975.
- [3] Tsutomu Usami, Theodore Galambos, Eccentrically Loaded Single Angle Columns. Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Memoires Abhandlungen Publications 31-II 1971.