

# ORTOTROOPPISEN LAATAN LASKELMIEN SUORITTAMINEN PILARILAATTAOHJELMALLA

RISTO SAJANIEMI

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 5  
No. 2 1972 ss. 124-133; Ra-  
kenteiden Mekaniikan Seura,  
Helsinki

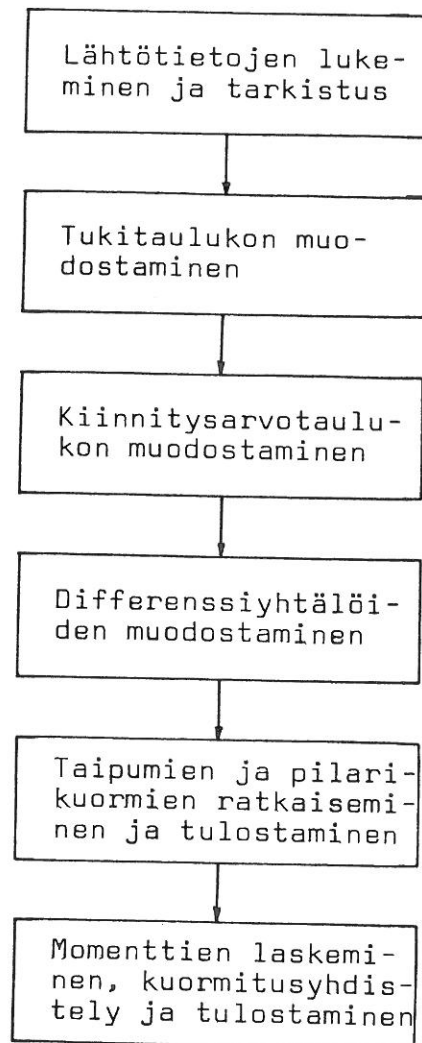
---

Tämä kirjoitus liittyy Stig Nylundin artikkeliin "Ortotrooppisen laatan laskeminen differenssimenetelmällä", Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 5 No. 1 (1972).

## 1. OHJELMAN RAKENNE JA TOIMINTA

Ohjelmointityön on IBM suorittanut vuosina 1966-67 isotrooppiselle pilarilaatalle. Tämän jälkeen Teknillinen laskenta Oy:n toimesta on tehty ohjelmaan useita parannuksia. Ohjelma on siirretty vuonna 1970 etäiskäsittely-ympäristöön (käytettävissä päätteen avulla suoraan suunnittelutoimistosta) ja vuonna 1971 differenssiyhtälöt on muutettu ortotrooppisen pilarilaatan mukaiseksi. Laskennan kulusta voidaan esittää kuvan 1 mukainen karkea kulkukaavio.

Ensin luetaan lähtötiedot ja suoritetaan samalla joukko tarkistuksia. Jos ortotrooppisuus on annettu onteloiden poikkileikkausmittojen  $d$  ja  $k/k$ -arvojen avulla, muutetaan ne ortotrooppisiksi jäykkyyksarvoiksi artikkelin [2] mukaan.



Kuva 1.

Seuraavaksi tietokone muodostaa matriisimuotoisen tukitaulukon, jossa on yhtä monta lukua kuin differenssiruudukossa on pisteitä. Tämän taulukon mukaan suoritetaan tuettujen seinä- ja pilaripisteiden taipumien nollaaminen ja reikien kohdalle sattuvien pisteiden differenssiyhtälöiden merkitseminen valeyhtälöiksi.

Kiinnitysarvotaulukko on myös matriisi, jossa on yhtä monta lukua kuin differenssiruudukossa on pisteitä. Luvut esittävät laastaton reunapisteiden ja reikien reunapisteiden  $u$ -arvoja [1]. Tätä tau-

lukkoa käytetään hyväksi reunayhtälöitä muodostettaessa.

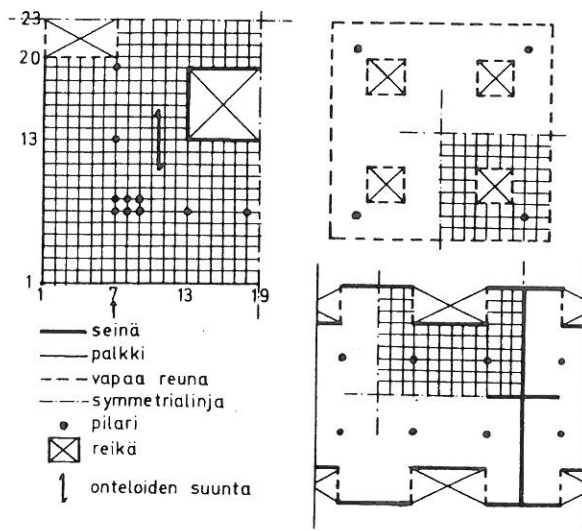
Differenssiyhtälöitä muodostettaessa lasketaan yhtälöiden kertoimet ja tasaisten kuormien kertoimet. Tämän jälkeen suoritetaan tuettujen pisteiden nollaaminen ja piste- ja viivakuormista aiheutuvien lisien laskeminen kuormituskertoimiin.

Yhtälöryhmä ratkaistaan Gaussin eliminointimenetelmällä ja saaduista taipumista lasketaan momentit. Momenttien laskemisessa käytetään samoja reunaehtoja kuin differenssiyhtälöiden muodostamisessa. Pilarikuormat laatan keskiosan pisteissä saadaan suoraan yhtälöryhmästä. Ohjelmaan on suunnitteilla mitoituksen ja massa-arviotulostuksen ohjelmointi.

## 2. OHJELMAN MAHDOLLISUUDET JA LASKENTOJEN SUORITUS

Kuvassa 2 on muutamia esimerkkejä suoritettujen laskentojen differenssiruudukoista. Niistä näkyy ohjelman joustavuus rakenteen muodon suhteen reikien ja symmetriaehtojen hyväksikäytön johdosta.

Laatassa voi olla korkeintaan kahdeksan  $3 \times 3$  ruudun reikää, ja reunaehdot voivat vaihdella reiän eri reunoilla. Laatan ulkoreunoilla reunaehto voi vaihtua samalla reunalla aina kahdeksan kertaa. Reunaehtona voidaan antaa myös osittainen momenttikiinnitys 0...100 %. Pilarit voivat sijaita joko mielivaltaisesti ruudukon eri pisteissä tai sijaita annettujen pilarilinjojen leikkauspisteissä. Jälkimmäisessä tapauksessa ohjelma haluttaessa laskee automaattisesti momenttien ja taipumien ääriarvot pysyvälle kuormitukselle ja kahdelle hyötykuormitustapaukselle, jotka syntyvät pilarilinjojen muodostamien ruutujen mukaisista "shakkilautakuormituksista". Tasaisen kuormituksen lisäksi voidaan antaa viiva- ja pistekuormia.



Kuva 2.

Käytännössä ohjelmaa voidaan käyttää kolmella eri tavalla:

a) Laskentakonsultointi

Asiakas lähettää laatasta piirustuksen laskentakeskukseen ja saa valmiit tulokset selityksineen.

b) Laskentapalvelu

Asiakas täyttää itse lähtötietolomakkeet, jolloin laskentakeskus suorittaa vain ATK-laskennan.

c) Etäiskäsittely

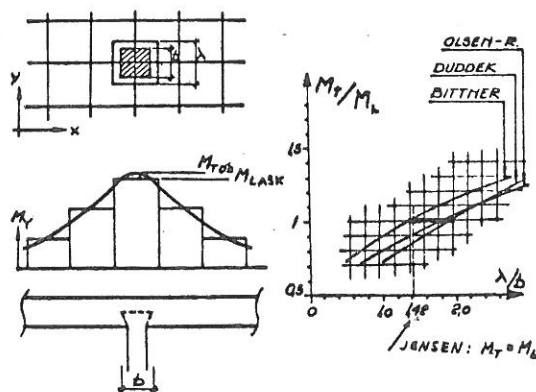
Asiakas suorittaa koko laskennan omatoimisesti oman etäispäätteen-  
sä välityksellä.

a) ja b) tapauksissa on laskentojen toimitusaika 1...3 päivää. Etäiskäsittelymuodossa ohjelmaa käytetään eri suunnittelijoiden toimesta useita kertoja päivittäin. Tietokonelaskennan kokonaishinta vaihtelee laskentatavasta riippuen 1,00...4,00 mk/differenssiverkon piste.

### 3. LASKENTATARKKUUS JA TULOSTEN HYVÄKSIKÄYTTÖ

Yleisesti voidaan sanoa, että differenssimenetelmän antama laskentatarkkuus on ratkaisevasti riippuvainen differenssiruudukon tiheydestä. Säännöllisen laataston differenssiruudukko, jossa on kolme pistettä, ts. neljä ruutua tukien välissä (jonkinlainen minimitiheys), antaa tasaiselle kuormalle kenttämomentteja, jotka poikkeavat tarkasta tuloksesta noin 10 %. Differenssiruudukko, jossa tukien välissä on viisi pistettä, antaa jo suhteellisen tarkat tulokset. Pilarien tukimomenttien tarkkuus riippuu pilarien koosta. Jos pilarin sivu todellisuudessa on 0.5...0.7 kertaa differenssiruudukon sivun pituus, tapahtuu laskennassa tukimomenttien pyöristystä, joka on samaa luokkaa kuin pilarin koko edellyttää, kuva 3 [3].

Kun on kysymys talonrakennusten teräsbetonilaatoista, on edullista raudoittaa laatta kaistoittain siten, että pilarikaistat muodostavat esim. 2/5 jännemitasta ja kenttäkaistat 3/5 jännemitasta. Näin menetellen pilarin kohdalla oleva teoreettinen huippumomentti jakautuu raudoituksen ansiosta laajemmalle alueelle. Lisäksi on perusteltua korottaa pilaripisteen sallittuja jännityksiä, koska tämän pisteen kohdalla yleensä esiintyy kaksiakselinen puristus. Pilarin kohdalla tulee taivutukselle mitoittamisen lisäksi aina suorittaa tarkis-



Kuva 3.

tus, leikkaantuuko pilari laatan lävitse. Ruotsalainen normiehdotus [4] antaa tässä suhteessa optimistisia arvoja verrattuna saksalaisiin ja amerikkalaisiin suorituksiin. Tämän vuoksi tulisi välttää liian "kireää" mitoittamista pilarin läpileikkautumisen mukaan.

Ontelolaattojen mitoituksessa on leikkausvoimilla suuri merkitys. Niiden avulla nimittäin määritetään, kuinka lähelle tukea ontelot voivat ulottua sallitun leikkausjännityksen ylittymättä. Käytännössä rakenteen toimivuus riippuu onteloiden sijoittelusta, esim. katkaistaanko ontelot pilarilinjojen kohdalla vai ei. Jos näin tehdään, jolloin onteloita on vain kentässä ja täyspaksun laatan muodostamat "palkit" kulkevat pilarilta toiselle, leikkausvoima voidaan otaksua siirtyvän kentästä ensin "palkeille" ja sitä tietä tuille. Eri järjestyshämmöllisuuksista johtuen ohjelma ei laske "teoreettisia" leikkausjännityksiä varsinkaan, kun tähänkin ongelmaan voidaan käyttää apuna em. normiehdotuksen [4] (myös Bygg III/1969) menettelyä pilarin ympärillä tarvittavan täyspaksun laatta-alueen laajuuden määrittämiseksi.

Etäiskäsittelyyn siirrettynä ohjelmalla on helppo laskea lähtötietoja muuntamalla useita vaihtoehtoja isotrooppiselle laatalle ja ontelolaatalle muuttamalla laatan paksuutta, jänneväliä jne. Jos vertailua vielä täydennetään laskemalla sama pohjaratkaisu massiivilaatastona palkkien avulla tuettuna, on luotu edellytykset eri rakenneratkaisujen nopealle ja tarkalle vertailulle.

Edellä on painotettu ohjelman käyttöä välipohjien laskennassa, mutta ohjelman käyttöalue on paljon laajempi, ja sitä on menestyksellisesti sovellettu esim. ikkuna-aukollisten ulkoseinäelementtien laskemiseen tuulikuormalle ja tiettyjen siltarakenteiden ratkaisemiseen.

#### 4. ESIMERKKI

Esimerkkinä on laskettu kuvan 2 suurin laatta sekä isotrooppisena että ortotrooppisena. Mallina lähtötiedoista on kuvan 4 lomake, jossa vain yleistieterivin kahden luvun muuttamisella isotropia on muutettu ortotropiaksi. Lähtötietolomakkeita on kaikkiaan kolme, joista toinen on tarkoitettu laatan tuentaa ja tulostusta ja kolmas viivaja pistekuormia varten.

Selvyden vuoksi laatta laskettiin kummassakin tapauksessa samalle kuormitukselle  $2 \text{ Mp/m}^2$  ja ilman kuormitusvaihtelua. Kuvassa 5 on laatan vasemman yläkulman tulostusta, josta näkyy hyvin nollatulos reiän kohdalla. Momenttien  $M_x$  ja  $M_y$  lisäksi saadaan vastaava tulostus  $M_{xy}$ :lle ja taipumalle.

Kuvassa 6 on piirrettynä momentti  $M_y$  pitkin pystylinjaa n:o 7, nuoli kuvassa 2. Isotrooppisen tapauksen tulostus on piirretty ehjällä ja ortotrooppisen tapauksen tulostus katkoviivalla. Kuvasta näkyy, miten ortotropia on lisännyt sekä tuki- että aukkomomenteja. Vastavasti havaittaisiin, että x-suunnassa ortotropia pienentäisi momenteja. Tämä onkin odotettavissa, sillä y-suuntaiset ontelot heikentävät laatan kantokykyä suhteellisesti enemmän x-suunnassa, jolloin rakenne siis alkaa kantaa enemmän y-suunnassa.

Tapausten väliset momenttierot ovat esimerkissä 5...15 %. Yleisesti ottaen isotrooppisen ja ortotrooppisen laatan väliset momenttierot ovat riippuvaisia kahdesta tekijästä: laatan luontaisesta toimintatavasta ja ortotropian voimakkuudesta. Jos laatta toimii pääasiassa yhteen suuntaan kantavana rakenteena, kuten esim. jatkuva kaipa siltalaatta, ortotropialla ei ole sanottavaa vaikutusta momenttien jakautumiseen. Talonrakennuksen teräsbetonilaatoissa ortotropian

PILARILAATTA

STATIIKKA  
ETÄISKÄSITTELY

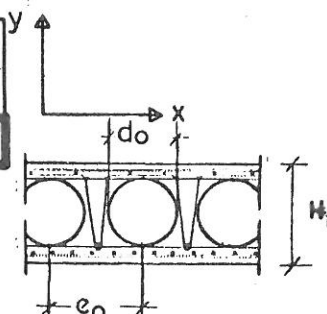
SIVU....

OTSIKOT

ohjelma	proj.no	lask.no	pvm	asiakas
90 1 0 5 1	0	1	17.02.72	OY, N.N. AB
otsikkotiedot		lähettäjä:		
91	TESTILAATTA			
92	NO 1			
93	ISOTROOPPISENA			
ORTOTROOPPISENA				

YLEISTIEDOT

$\Delta x$	$\Delta y$	g	p	$H_L$	$\nu$	E	$e_0$	$d_0$
01 1.5	1.5	2	0	0.53	$\nu_x$ 0.17	$E_x$ 3000000	$E_y$ 0	G 0
M	N	lähtöt.	tul.tapa	tul.asu	Laadut m ja $Mp/m^2$ 0.55 0.39			
19	23	1	1	11				



ontelo	$d_0$
x-suunt.	-
y-suunt.	+

REIÄT

**2** reikien lukumäärä,  $\leq 8$

	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_r$	13	1						
$r_r$	13	20						
$l_r$	19	7						
$\nu_r$	19	23						

Koordinaatit

$(M_r, N_r)$   
ehto:  
 $M_r - m_r \geq 3$   
 $N_r - n_r \geq 3$

U	0.3	0						
S	1	0						
U	0.3	0						
S	1	0						
U	0.3	0						
S	1	0						
U	0	0						
S	0	0						

Reunaehdot

Ala kiinnitysaste  
 $U=0 \dots 1$

Ylä tuenta  
 $S=0$  tai 1

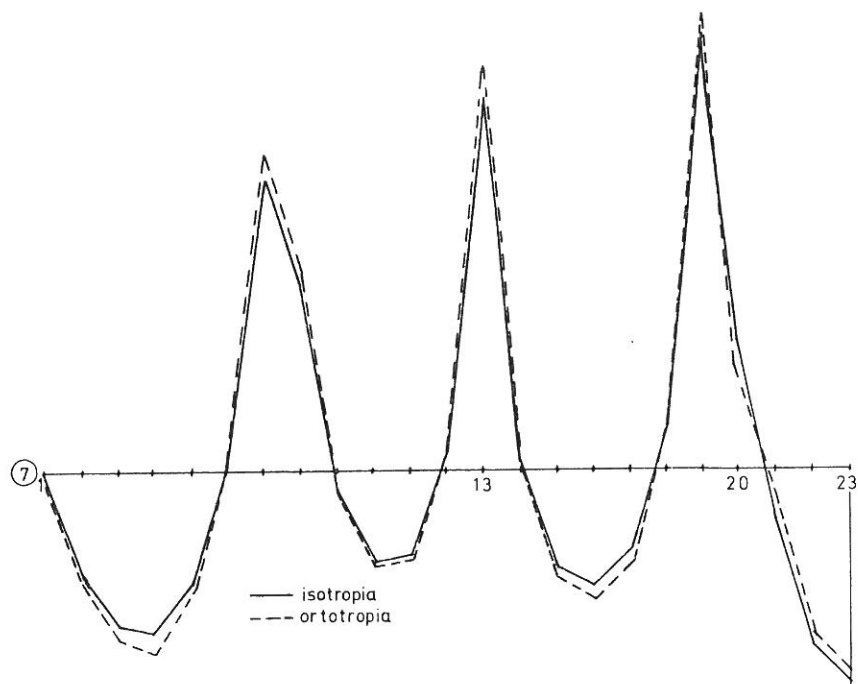
Väsen

Oikea

Kuva 4.

	M	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	MXG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	4,09	7.62
	MYG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	17,85	15,78	14,51
22	MXG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	4,08	7.91
	MYG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	14,52	13,04	12.15
21	MXG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	5,80	8.71
	MYG	0,	0,	0,	0,	0,	0,	5,56	4,95	5.54
20	MXG	-0,00	6,83	9,05	5,82	-3,32	-16,95	-10,72	1,71	9.63
	MYG	-0,00	0,	0,	0,	0,	0,	-10,49	-6,72	-3.31
19	MXG	0,	7,08	9,79	8,03	1,99	-8,60	-35,56	-0,08	10.15
	MYG	0,	0,73	0,68	-0,57	-4,39	-14,35	-36,63	-19,05	-9.75
18	MXG	0,	7,29	10,22	8,89	3,51	-5,59	-16,42	-1,77	7.55
	MYG	0,	1,42	2,05	1,80	0,45	-1,95	-3,66	-5,22	-4.38
17	MXG	0,	7,43	10,49	9,37	4,60	-2,34	-7,34	-0,97	5.72
	MYG	0,	2,03	3,44	4,43	5,22	6,01	6,47	3,78	1.62

Kuva 5.



Kuva 6.

voimakkuuteen taas vaikuttaa ratkaisevasti laatan paksuus. Ontelon ja betonin pinnan välisen etäisyyden on 30 cm:n laatalta oltava 6...7 cm, jolloin ortotrooppisuus on suhteellisesti paljon pienempi kuin esim. 60 cm:n laatalta, jolle vastaava mitta on 8...9 cm. Taivutusjäykkyyksien suhde  $I_x:I_y$  on edelliselle noin 1.15 ja jälkimmäiselle 1.34.

Kirjallisuutta

- [1] Nylund, S., Ortotrooppisen laatan laskeminen differenssimenetelmällä. Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 5 No. 1. 1972.
- [2] Home, M., Ontelolaatan jäykkyydsarvot. Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 2 No. 1. 1969.
- [3] Teknillinen laskenta Oy, Ohjelmaseloste TE1051-Pilarilaatta.
- [4] Statens Betongkommitte, Förslag till bestämmelser för dimensionering av betongplattor på pelare jämte utdrag ur kommentarer. Julkaisu K1 1964.

Risto Sajaniemi, dipl.ins., Teknillinen laskenta Oy, Helsinki.