

TERÄSBETONIPILARIN LASKENNOLLINEN JA KOKEELLINEN STABIILISUUSTARKASTELU

ASKO SARJA

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 5
No. 2 1972 ss. 59-93; Rakenteiden Mekaniikan Seura, Helsinki

Yhteenveto

Kirjoituksessa käsitellään hoikan teräsbetonipilarin toimintaa, taipumia, jäykkyysominaisuuksia ja kantokykyä. Tarkasteluissa on otettu huomioon betonin vetolujuus, ajasta riippuvat ominaisuudet ja jännitysmuodonmuutoskäyrän epälineaarisuus.

Laskelmissa käsitellään ensin pilarialkion sisäisten voimien ja murtokapasiteetin laskemista muodonmuutosten avulla. Seuraavaksi johdetaan taipuman ja murtokapasiteetin laskemistapa ja tehtyjen laskelmien tuloksena esitellään hiipuman ja kutistuman vaikutuksen huomioonottaminen pilarin kantokykyyn, kun pilarin teräsmäärä ja hoikkuus, betonin lujuus ja kuorman epäkeskeisyys vaihtelee. Laskelmin todetaan, että betonipilarin murtolujuus saattaa pienetä hiipuman ja kutistuman vaikutuksesta jopa 70 % verrattuna lyhytaikaiselle kuormitukselle saatuun lujuuteen. Teräsmäärän lisääntyessä hiipuman ja kutistuman vaikutus murtolujuuteen pienenee.

Lopuksi verrataan laskelmien tuloksia tehtyihin lyhytaikaiskokeisiin (16 koepilaria) ja pitkäaikaiskokeisiin (12 koepilaria).

Laskettujen ja kokeissa todettujen murtokuormien suhde vaihtelee lyhytaikaisen kuormituksen tapauksissa välillä 0,81...1,16

(keskiarvo 0,95) ja pitkäaikaisen kuormituksen tapauksissa välillä 0,78...1,23 (keskiarvo 0,99).

1. JOHDANTO

Tämä kirjoitus perustuu Valtion teknillisen tutkimuslaitoksen betoniteknillisessä laboratoriossa tehtyyn betoni- ja teräsbetonipilarien stabiilisuutta käsittelevään tutkimukseen. Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää hoikan teräsbetonipilarin toimintaa, taipumia, jäykkyysominaisuuksia ja kantokykyä. Tarkasteluissa on otettu huomioon betonin vetolujuus, ajasta riippuvat ominaisuudet, hiipuma ja kutistuma, ja jännitysmuodonmuutoskäyrän epälineaarisuus.

2. LASKENNOLLINEN KÄSITTELY

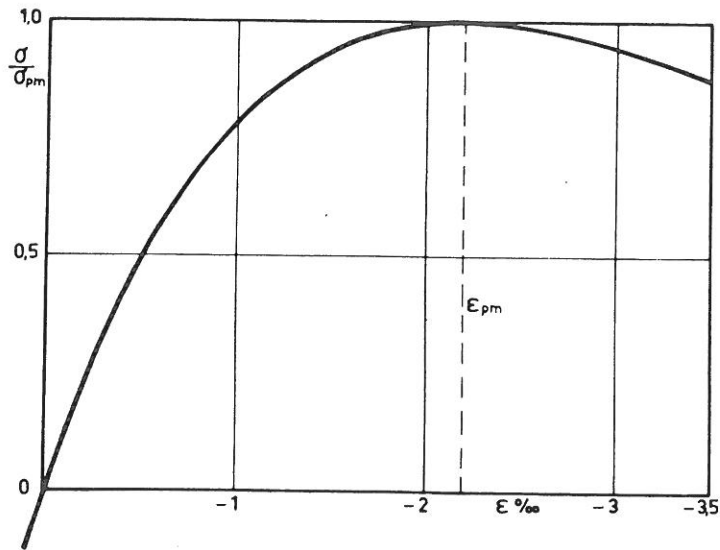
2.1 Perusoletukset

Laskelmien perusteiksi on valittu seuraavat oletukset.

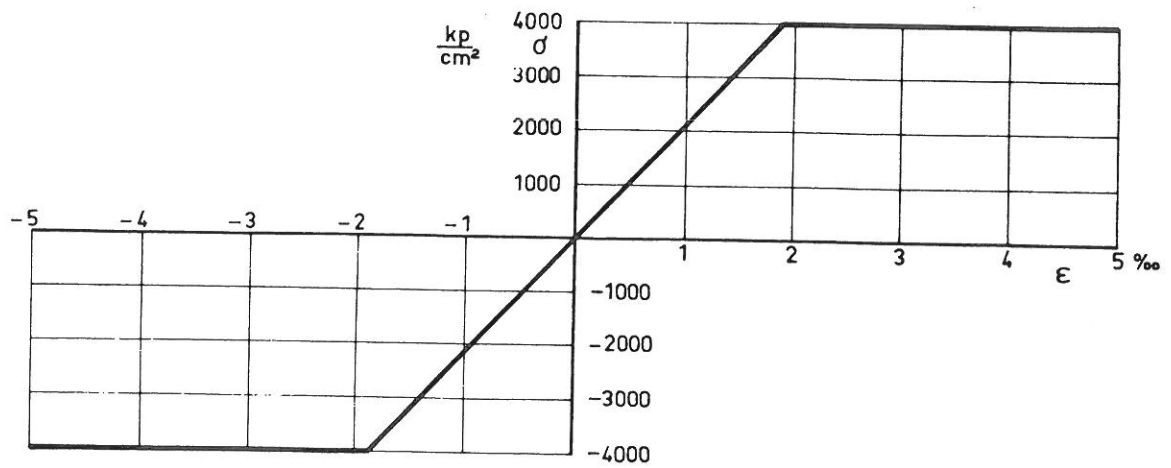
- Betonin jännitys-muodonmuutoskäyrä on kuvion 1 mukainen. Jännityksen ja muodonmuutoksen välinen yhtälö on

$$\delta = \delta_{pm} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{pm}} \cdot e^{(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{pm}})} \quad (2.1)$$

Betonin taivutusvetolujuus $\delta_{bt} = 0,13 \delta_{pm}$ ja suhteellinen murtovenymä 0,0001. Betonin murtopuristuma on -0,0035. Betonin myötöpuristuma $\delta_{pm} = -0,0022$, mikä vastaa n. 100 minuutin kuormitusajan jännitys-muodonmuutoskäyrää [1], [6]. Myötöjännityksen lyhytaikaiselle kuormalle $\delta_{pm} = 0,80 \times K_n$ ja pitkäaikaiselle kuormalle $\delta_{pm} = 0,73 K_n$.



Kuva 1. Betonin jännitys-muodonmuutoskäyrä



Kuva 2. Teräksen jännitys-muodonmuutoskäyrä.

- Teräksen jännitys-muodonmuutoskäyrä on kuvion 2 mukainen. Teräksen kimmomoduli $E_t = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$.
- Betonin pitkäaikainen muodonmuutos noudattaa yhtälöä

$$\epsilon_t = \epsilon_e (1 + \phi) + \epsilon_s \quad (2.2)$$

- Betoni ja teräset toimivat yhdessä siten, että niiden välillä ei tapahdu liukumista.
- Bernoullin otaksuman mukaan tasot säilyvät tasoina muodonmuutoksen tapahtuessa. Leikkausvoiman vaikutus muodonmuutoksiin jätetään siten huomiotta.

2.2 Pilarialkio

2.2.1 Muodonmuutosten ja sisäisten voimien väliset yhtälöt

Tarkastellaan pilarialkion sisäisiä voimia, jotka syntyvät alkion annettuna tunnetun muodonmuutoksen vaikutuksesta. Pilarialkion muodonmuutos synnyttää alkioon sisäisen normaalivoiman N_s ja sisäisen momentin M_s . Merkitään suhteellista muodonmuutosta poikileikkauksen pääakselilla ϵ_0 :lla sekä tämän ja reunamuodonmuutoksen erotusta ϵ_1 :llä. Muodonmuutos etäisyydellä y pääakselista saadaan silloin kaavasta

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{2y}{a} \epsilon_1 \quad (2.3)$$

Tarkastellaan tunnettua muodonmuutostilaa vastaavia sisäisiä voimia erikseen betonin ja teräksen osalta.

Betonin osalta sisäiset voimat N_{bs} ja M_{bs} lasketaan yhtälöistä

$$N_{bs} = \int_A \delta \, dA \quad , \quad M_{bs} = \int_A \delta \, y \, dA \quad (2.4)$$

sijoittamalla näihin σ yhtälöstä (2.1) ja ottaen huomioon yhtälö (2.3).

Kun on kyseessä suorakaidepoikkileikkaus, intergroinnit voidaan tehdä suljetussa muodossa. Muun muotoisen poikkileikkauksen tapauksessa integraalit joudutaan yleensä laskemaan numeerisesti esim. Simpsonin kaavan mukaan. Integrointi suoritetaan vain sen pinnan osan yli, jossa betonin venymä on pienempi kuin murtovenymä.

Terästen osalta sisäiset voimat saadaan helposti laskemalla muodonmuutos kunkin teräksen kohdalla yhtälöstä (2.3) ja kertomalla muodonmuutos pinta-alalla ja kimmomoduulilla sekä summaamalla näin lasketut kaikkien terästen voimat. Mikäli jonkin teräksen muodonmuutos ylittää myötörajan, voima lasketaan myötörajan mukaan.

Pilarialkion tunnettua muodonmuutostilaa vastaavat sisäiset voimat saadaan nyt laskemalla yhteen:

$$N_s = N_{bs} + N_{ts} \quad (2.5)$$

$$M_s = M_{bs} + M_{ts}$$

N_s ja M_s saadaan dimensiottomaan muotoon käyttämällä muunnoksia

$$n = \frac{N}{A \delta_{pm}} \quad , \quad \frac{M}{Aa \delta_{pm}} \quad (2.6)$$

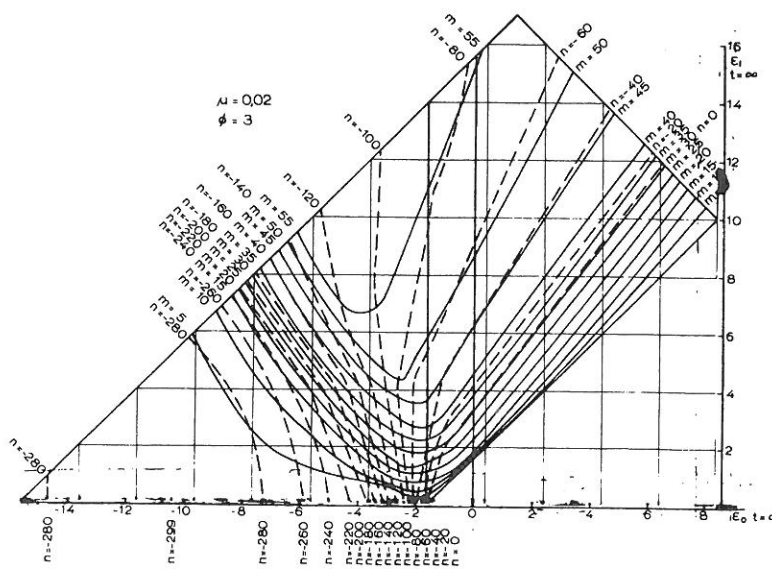
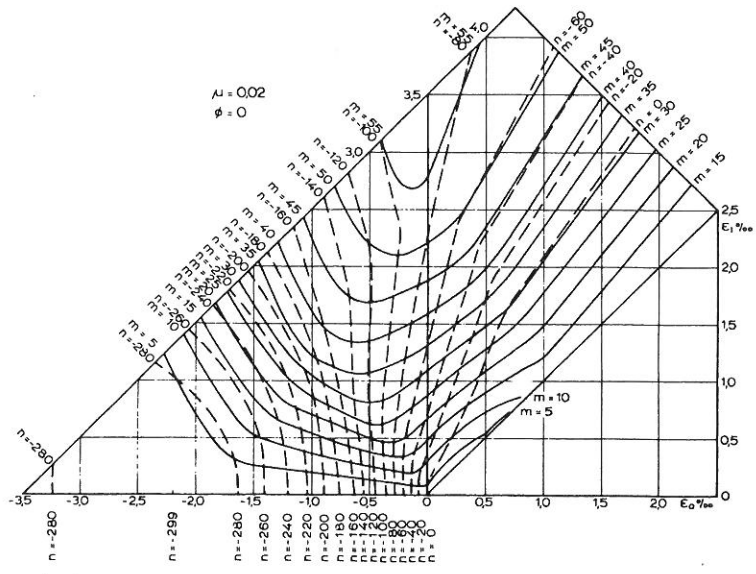
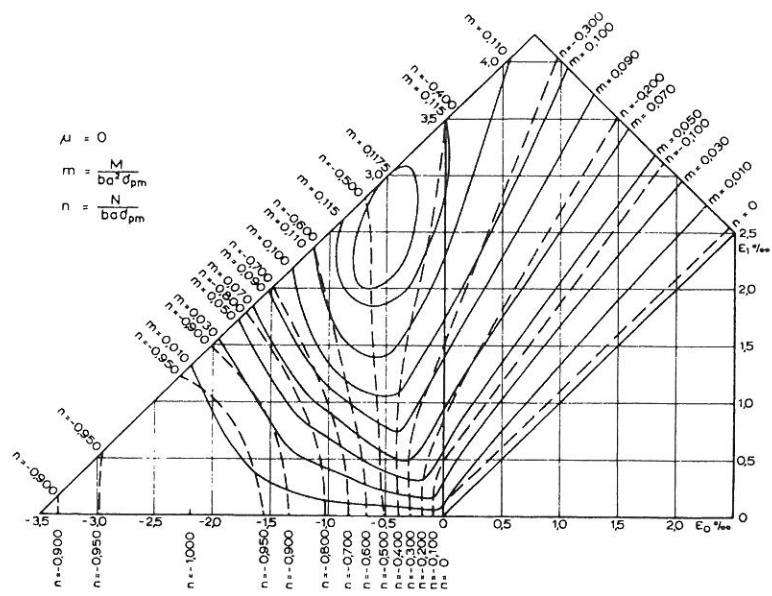
Termeissä N_{ts} ja M_{ts} esiintyy tekijä $\frac{\delta_{tj}}{\delta_{pm}} \cdot \mu$. Tästä saadaan erilliseksi muuttujaksi muunnettu suhteellinen teräsmäärä $\bar{\mu} = \mu/\delta_{pm}$, jota voidaan käyttää taulukoissa suhteellisen teräsmäärän μ sijasta. Tällä tavoin saadaan tulos, joka on riippumaton betonin lujuudesta, koska δ_{pm} esiintyy tekijänä sekä termeissä N_{ts} ja M_{ts} että N_{bs} ja M_{bs} . Tekijä δ_{tj} voidaan myös erottaa yhtälöstä, mutta sitä ei voi käyttää erillisenä muuttujana. Tämän tekijän erottaminen ei nimittäin anna mahdollisuutta käyttää suhdetta $\frac{\delta_{tj}}{\delta_{pm}} \cdot \mu$ itsenäisenä tekijänä erilaisilla δ_{tj} :n arvoilla, koska termejä N_{ts} ja M_{ts} laskettaessa on tunnettava teräksen myötöraja.

Kun tunnetaan pilarialkioon vaikuttavat voimat, voidaan yhtälöistä (2.5) periaatteessa ratkaista myös näitä voimia vastaavat muodonmuutokset ϵ_0 ja ϵ_1 . Yhtälöt ovat kuitenkin sen muotoisia, että niitä ei voida ratkaista suljetussa muodossa. Numeerisesti ne voidaan kyllä ratkaista.

2.2.2 Pilarialkion kapasiteetti

Antamalla muodonmuutosten ϵ_0 ja ϵ_1 vaihdella murtotilaa pienempien muodonmuutosten alueella saadaan pilarialkion koko toiminta-alueella lasketuksi erilaisia muodonmuutoksia vastaavat sisäiset voimat. Kuviossa 3 on esimerkki tällä tavalla lasketusta symmetrisesti raudoitetun poikkileikkaukseltaan suorakaiteenmuotoisen teräsbetoni- ja betonipilarin alkion muodonmuutos-voimakäyrästöstä, kun teräksen myötöraja on 4000 kp/cm^2 .

Kuviosta 3 nähdään, että pilarialkio saa maksimimomentin erilaisilla reunapuristuman tai -venymän arvoilla, kun normaalivoima vaihtelee. Momentin maksimiarvo ei yleensä merkitse betonin tai terästen murtumista eikä välttämättä edes kaikkien terästen myötää-



Kuva 3. Pilarialkion muodonmuutos-voimakäyrästäjä

mistä. Yleensä voidaan sanoa, että pilarialkio alkaa myödetä ennen varsinaista murtumista. Myötääminen alkaa likimäärin, kun

$$\epsilon_1 = 1,44 \epsilon_0 + 0,00317 \quad , \text{ kun } \epsilon_0 \leq 0,00075$$

ja

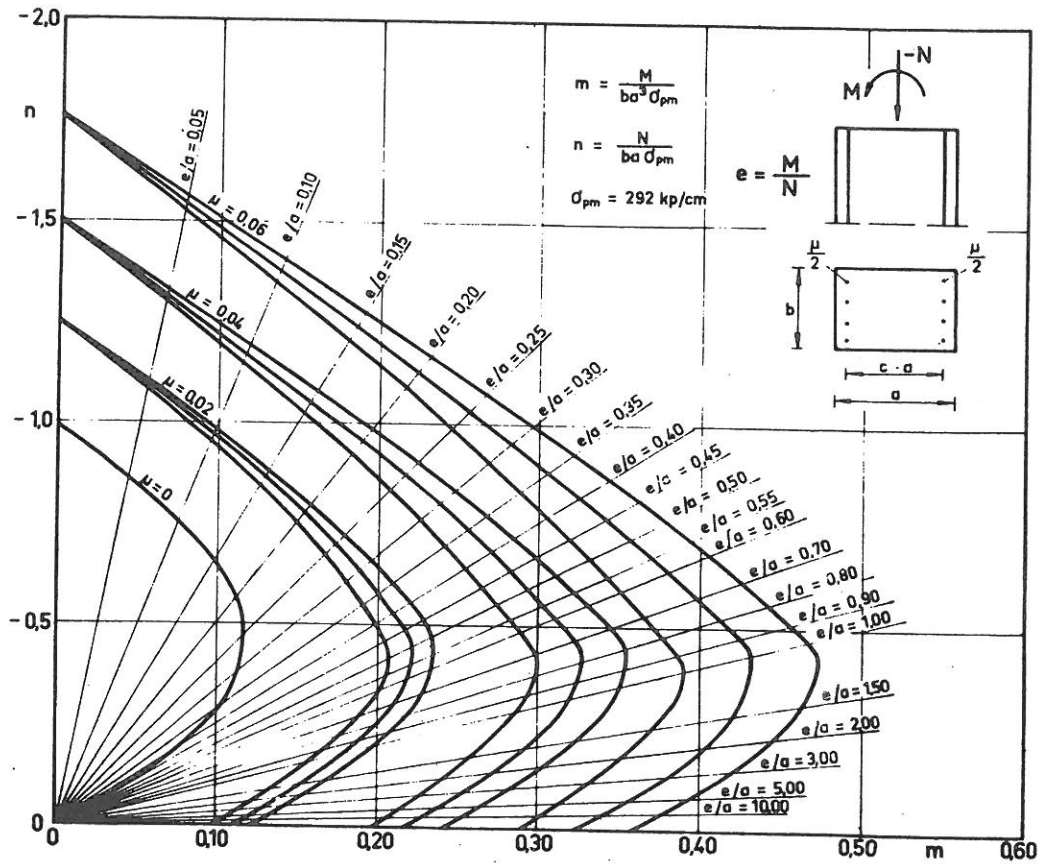
(2.7)

$$\epsilon_1 = - \epsilon_0 + 0,005 \quad , \text{ kun } \epsilon_0 > 0,00072$$

Pilarialkion momentti muuttuu myötökohdassa suhteellisen hitaasti, etenkin siinä alueessa, missä pilarialkion myötääminen johtuu vedettyjen terästen myötäämisestä. Tämän takia myötökohdan likimääräiselläkin arvioinnilla saadaan melko hyviä tuloksia. Antamalla suhteellisen muodonmuutoksen ϵ_0 vaihdella välillä $-0,0022 - 0,005$ ja laskemalla myötötilaa vastaava ϵ_1 kaavoista (2.7) saadaan pilarialkion kapasiteettikäyrä lasketuksi kaavoista (2.5). Esimerkki tällä tavalla lasketuista kapasiteettikäyristä on kuviossa 4.

Toinen mahdollisuus pilarialkion kapasiteetin määrittämiseksi on laskea kuvion 3 kaltainen taulukko ja hakea tästä kutakin normaalivoiman arvoa vastaava suurin momentti eli myötömomentti tarvittaessa interpoloimalla taulukkoarvojen väliltä. Tätä menetelmää on käytetty seuraavassa tarkastelussa.

Muodonmuutosyhtälöitä käyttäen voidaan murtotilan lisäksi määrittää myös muita rajatiloja. Kussakin tapauksessa annetaan muodonmuutoksille rajatilaa vastaavat yhtälöt samaan tapaan kuin kaavoissa (2.7). Kuviossa 5 on esimerkki eräistä tällä tavoin lasketuista rajatiloista. Kuvioista nähdään mm., että murtotilassa puristusteräokset yleensä myötäävät, mutta epäkeskeisyyden ollessa suuri myötäämistä ei tapahdu. Vetoteräokset myötäävät, kun epäkeskeisyys on riittävän suuri.



Kuva 4. Esimerkki pilarialkion kapasiteetikäyrästä.

2.3 Pilarin jäykkyys ja käyristymät

Epäkeskisesti puristetun pilarin taipumaviivan differentiaaliyhtälö voidaan esittää muodossa

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (2.8)$$

missä

$$M = N(e + w)$$

Teräsbetonipilarin jäykkyys on muotoa

$$EI = F(N, M, \delta_{pm}, \delta_{tj}, \mu, b, a) \quad (2.9)$$

missä F on pilarin jäykkyysfunktio.

Yhtälöstä (2.8) saadaan

$$EI = M \cdot \rho \tag{2.10}$$

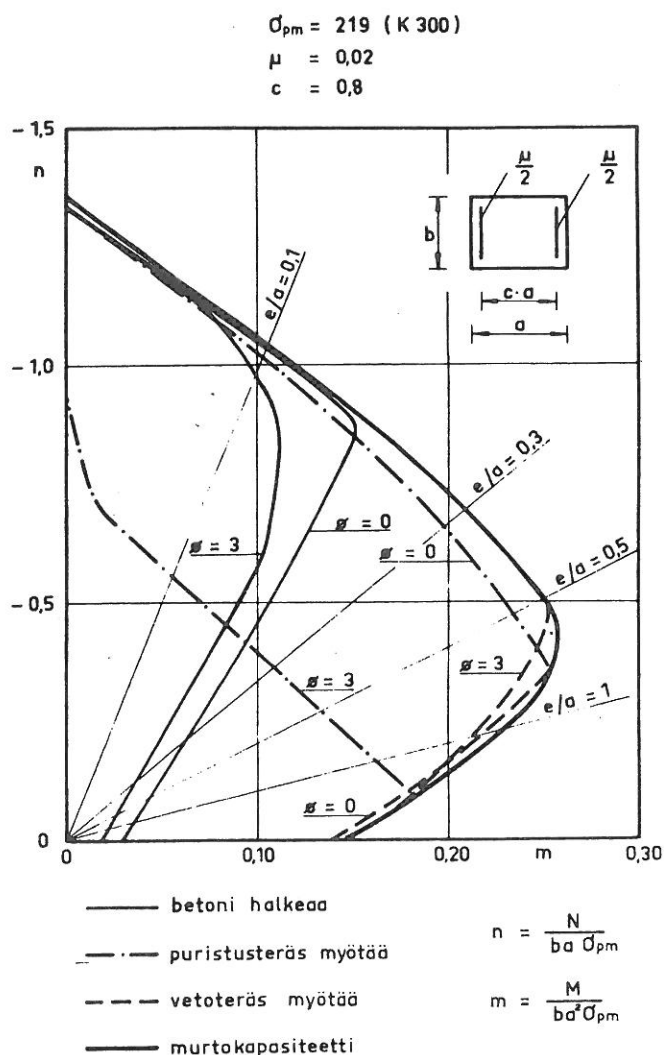
Toisaalta pilarialkion käyritymä saadaan yhtälöstä

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\epsilon_1}{a} \tag{2.11}$$

Pilarialkion jäykkyys on siis

$$EI = M_s \frac{a}{2\epsilon_1} = ba^3 \frac{m_s}{2\epsilon_1} \tag{2.12}$$

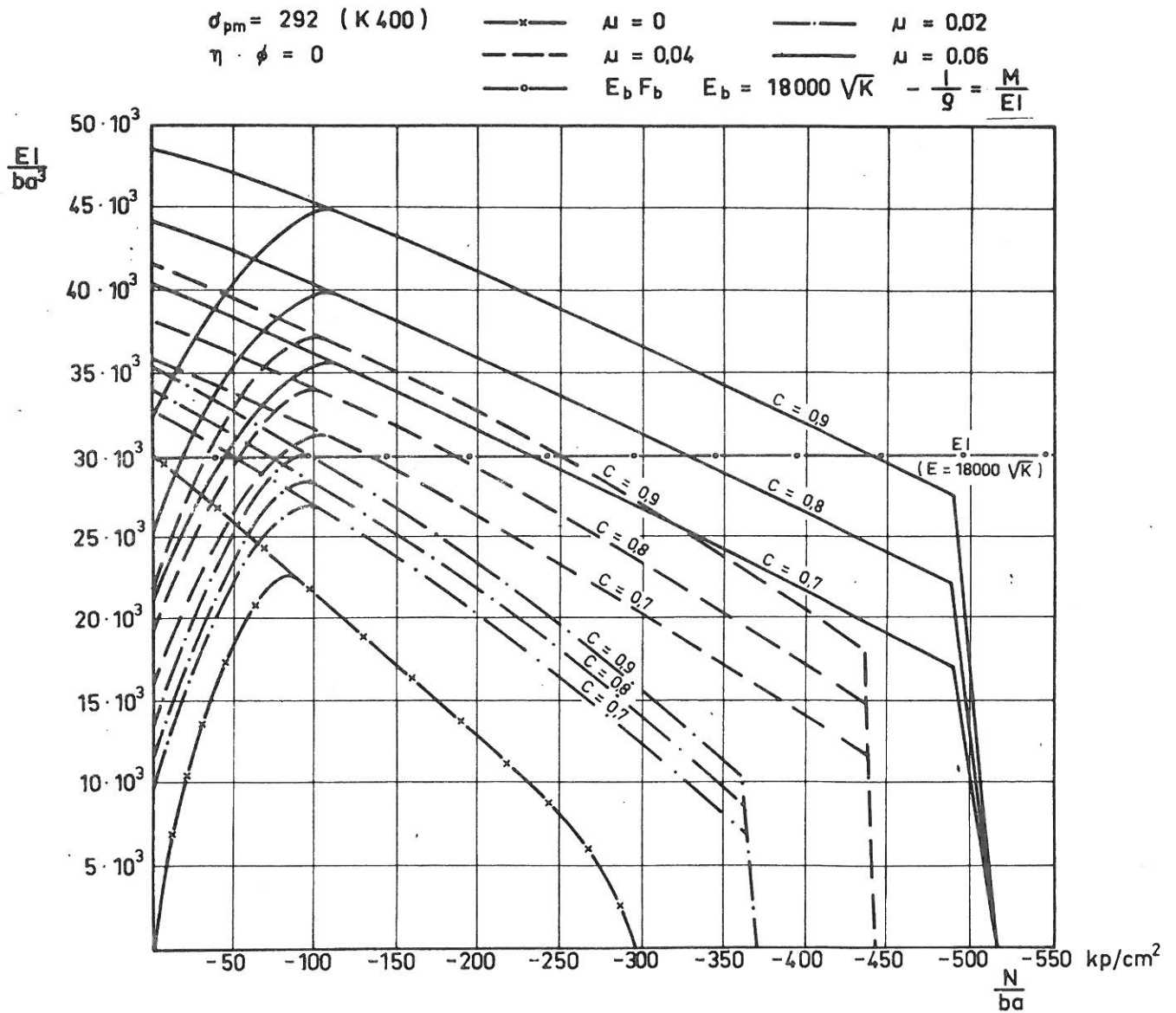
Pilarialkion sisäinen momentti M_s voidaan laskea kaavoista (2.5) ja



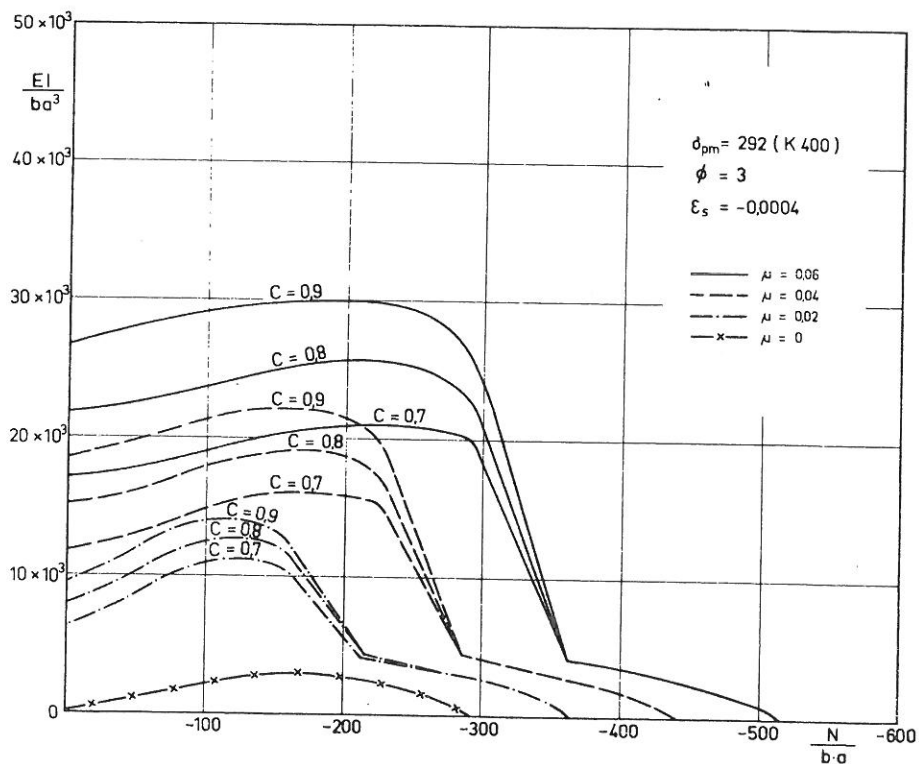
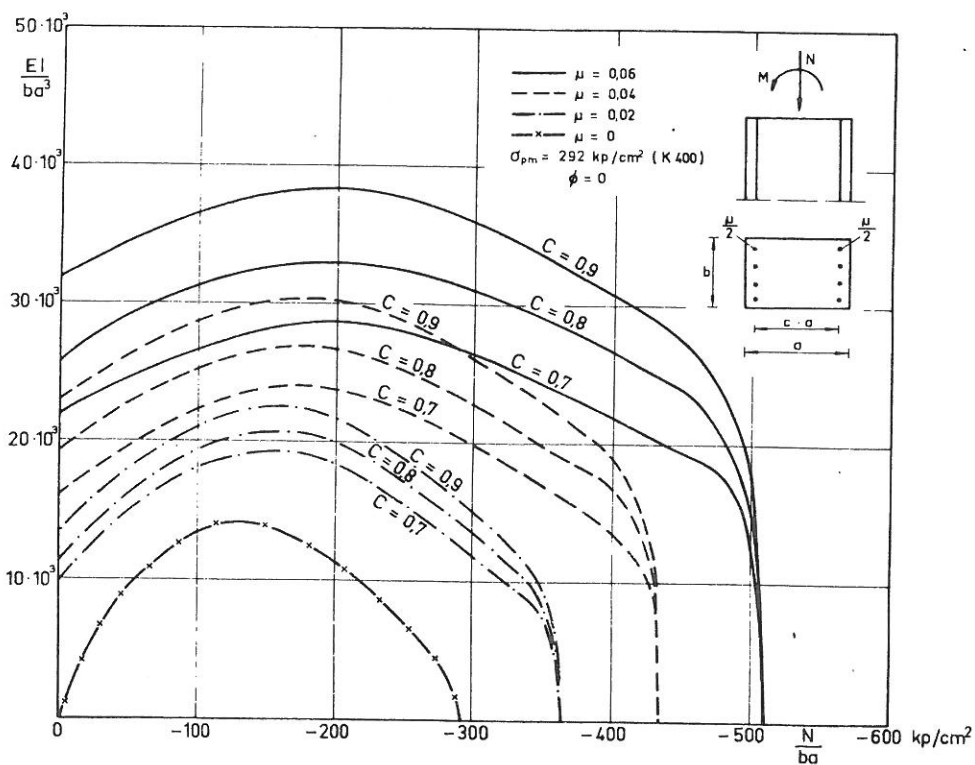
Kuva 5. Eräitä pilarialkion rajatiloja.

edelleen m_s kaavoista (2.6). Antamalla muodonmuutosten ϵ_0 ja ϵ_1 vaihdella pilarialkion toiminta-alueella saadaan sisäinen taivutusmomentti ja normaalivoima sekä suoraan näitä vastaava käyristymä lasketuiksi ilman että pilarin jäykkyyttä tarvitsee määrittää. Kun tällä tavoin lasketut suureet tallennetaan taulukoksi, siitä saadaan mielivaltaista normaalivoimaa ja momenttia vastaava käyristymä interpoloimalla. Tämä tapahtuu periaatteessa samalla tavoin kuin jos käsinlaskumenetelmässä käytettäisiin kuviota 3. Käyristymät voidaan tällä tavoin laskea halutuilla poikkileikkausarvoilla (δ_{pm} , μ , δ_{tj} , b , a) ja käyttöolosuhteita vastaavalle hiipumaluvulle ϕ ja kutistumalle ϵ_s .

Kuvioissa 6 ja 7 on esimerkkejä symmetrisesti radoitetun, poikkileikkaukseltaan suorakaiteen muotoisen pilarin jäykkyyksistä erilaisin poikkileikkausarvoin normaalivoiman vaihdellessa. Kuvio 6 esittää jäykkyyttä pienillä käyristymillä, kun $\phi = 0$ ja $\epsilon_s = 0$. Jäykkyys pienillä normaalivoimilla on kaksiosainen. Ylempi osa vastaa halkeilematonta tilaa ja alempi osa halkeillutta tilaa. Betonin halkeilu pienentää jäykkyyttä lähes vakiomäärällä teräsmäärästä riippumatta, joten halkeilun suhteellinen vaikutus on suurin silloin, kun teräsmäärä on pieni. Betoni- ja teräsbetonirakenteiden normaalimääräysten 1967 mukainen betonin kimmokerroin antaa lähes saman jäykkyyden arvon kuin halkeilemattomana laskettu betoni-poikkileikkaus normaalivoimalle $N = 0$. Kuvio 7 esittää jäykkyyttä suurilla käyristymän arvoilla eli lähellä murtotilaa. Halkeilun vaikutus on tällöin voimakkaampi kuin pienillä käyristymän arvoilla. Jonkin verran on vaikutusta myös betonin jännitysten epälineaarisen la jakautumalla. Hiipuman ja kutistuman tapahduttua jäykkyys pienee äkillisesti tietyllä normaalivoimalla. Tämä johtuu siitä, että



Kuva 6. Pilarin jäykkyys pienellä käyrismällä.



Kuva 7. Pilarin jäykkyys murtotilan läheisyydessä.

puristettujen terästen muodonmuutos kasvaa yli myötörajan, jolloin terästen osuus sisäisessä taivutusmomentissa menee nollassa. Tämä rajatila riippuu teräksen myötörajasta, joten korkealuokkainen teräs voi lisätä pilarin jäykkyyttä suurella normaalivoimalla hiipuman ja kutistuman tapahduttua.

Pilarin jäykkyyttä voidaan kuvata myös käyritysten avulla käyrillä $(M, 1/\rho)$. Esimerkki $(M, 1/\rho)$ käyristä on esitetty kuviossa 8. Nämä käyrät on laskettu edellä esitetyillä menetelmillä.

2.4 Pilarin taipumat

Kun pilarin jäykkyyksifunktio F tunnetaan, pilarin taipumaviiva voidaan laskea yhtälöstä (2.8). Koska normaalivoima N esiintyy sekä taivutusmomentin M että jäykkyyden EI lausekkeessa, yhtälö ei ole lineaarinen differentiaaliyhtälö. Yhtälön ratkaiseminen onnistuu parhaiten numeerisesti. Tietokonelaskelmissa jäykkyyksifunktion sijasta on käytetty tietokonemuistiin laskettua taulukkoa, josta saadaan käyritykset suoraan momentin ja normaalivoiman ollessa tunnettuja.

Taipumat on laskettu käyrityksistä differenssimenetelmällä jakamalla pilari kymmeneen tai eräissä tapauksissa kahteenkymmeneen osaan. Jakopisteessä i saadaan kymmentä jakoväliä käytettäessä taipuman differentiaaliyhtälöstä käyrityksen $B'(i)$ ($= 1/\rho$) ja taipumien välille yhtälö

$$B'(i) = \frac{V(i-1) - 2V(i) + V(i+1)}{(L/10)^2} \quad (2.13)$$

Kun siirrytään dimensiottomaan esitystapaan ja merkitään $B = a \cdot B'$

ja $W = V/a$, saadaan yhtälö (2.13) muotoon

$$B(i) = \frac{W(i-1) - 2W(i) + W(i+1)}{(L/a)^2} \cdot 100 \quad (2.14)$$

Reunaehdot saadaan pilarin tuentatavasta.

Yhtälöstä (2.14) ja reunaehdoista saadaan matriisimuodossa yhtälö

$$A W = B \quad (2.15)$$

josta ratkaistaan

$$W = A^{-1} B \quad (2.16)$$

Kun tunnetaan pilarin normaalivoima ja momenttijakautuma, käyritymä jakopisteissa voidaan laskea käyttämällä kohdassa 2.3 esitettyä taulukkoa, jossa on annettu käyritymät normaalivoiman ja momentin funktiona.

2.5 Pilarin murtokapasiteetti

Edellä esitettyjen periaatteiden mukaan pilarialkion kapasiteetti ja pilarin taipuma voidaan laskea, kun pilariin vaikuttavat voimat ja pilarin poikkileikkausarvot (δ_{pm} , μ , a , b , δ_{tj}) tunnetaan. Laskelmissa voidaan käyttää mielivaltaista hiipumaluvun ja kutistuman arvoa.

Pilarin taipuma aiheuttaa voimatilan muuttumisen, mikä hoi-killä pilareilla vaikuttaa usein ratkaisevasti kantokykyyn. Taipuma

lasketaan peräkkäisillä approksimaatioilla siten, että epäkeskeytykset lasketaan kullakin kierroksella edellisellä kierroksella saaduista taipumista. Tutkimuksen yhteydessä suoritettut laskelmat osoittivat, että hoikilla pilareilla 5...15 kierroksen jälkeen virhe yleensä menetti käytännöllisen merkityksen. Kuviossa 8 on esimerkki useilla kierroksilla lasketuista taipumista. Laskelmin voitiin todeta, että perättäisten approksimaatioiden tulokset noudattavat tavallisesti likipitään kaavaa

$$W(n) = W(1) \cdot (1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1}) \quad (2.17)$$

missä n on laskentakierroksen numero.

Kaavaa (2.17) voidaan käyttää muutaman ensimmäisen laskentakierroksen tulosten avulla tapahtuvaan taipuman loppuarvon ekstrapolointiin kaavalla

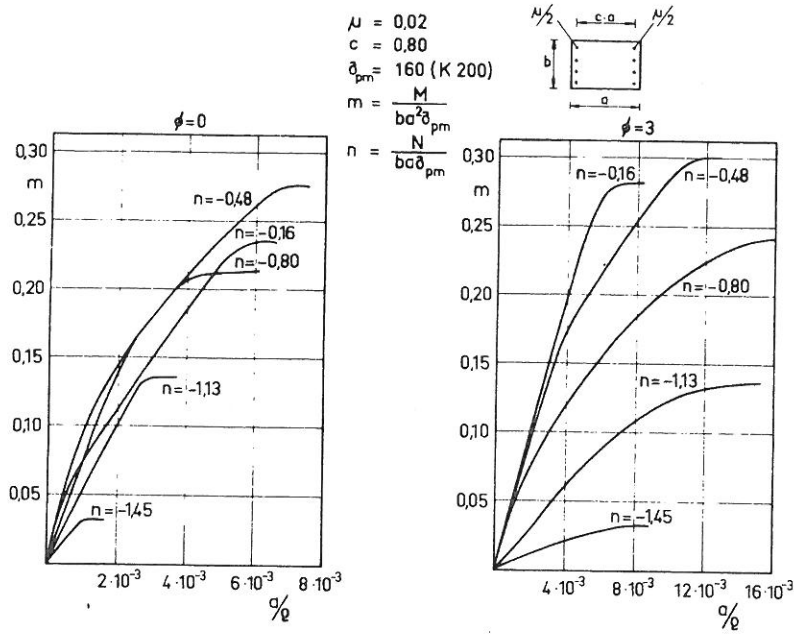
$$W(\infty) = \frac{W(1)}{1 - \alpha}$$

Kun α lasketaan ensimmäisen ja kolmannen termin avulla, saadaan

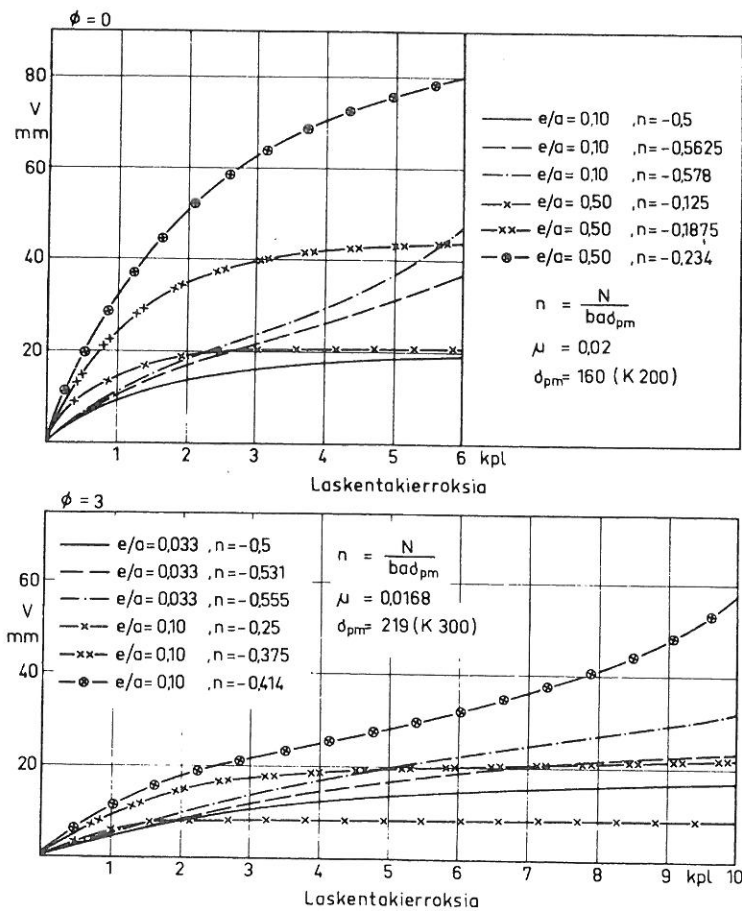
$$\alpha = -0,5 + \sqrt{\frac{W(3)}{W(1)} - 0,75}$$

$$W(\infty) = \frac{W(1)}{1,5 - \sqrt{\frac{W(3)}{W(1)} - 0,75}} \quad (2.18)$$

Kuviosta 8 nähdään, että taipuma saattaa eräissä tapauksissa lähteä kasvamaan voimakkaasti vielä usean laskentakierroksen jälkeen,



Kuva 8. Pilarin M^{-1}/ρ käyriä.



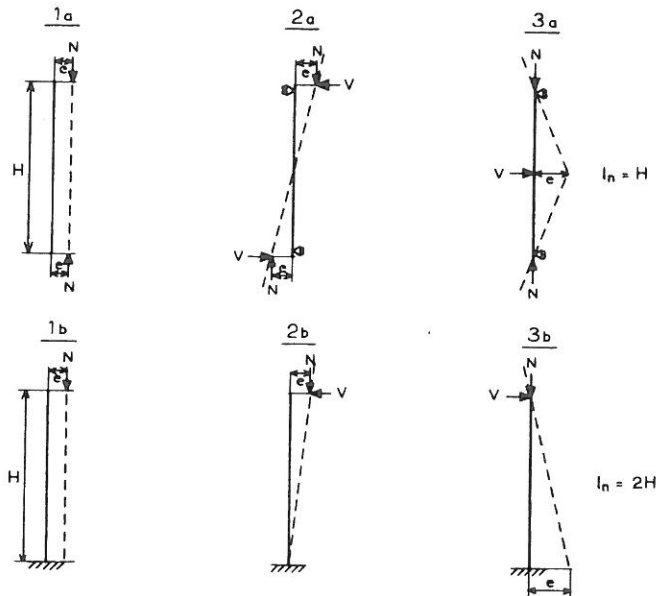
Kuva 9. Pilarin taipuma laskentakierrosten funktiona.

jolloin se on jo lähes saman suuruinen kuin kaavasta (2.18) saatava lopputaipuma. Tässä tapauksessa kaavasta (2.18) saadaan siis liian piana taipuma. Tästä syntyvä normaalivoiman virhe on kuitenkin pieni. Virhe voidaan välttää uudistamalla laskelma, jolloin lähtöarvoksi otetaan $W(\infty)$. Seuraavissa laskelmissa ei ole tehty tätä tarkistusta. Toisaalta koelaskennat osoittivat lopputuloksen vaihtelevan jonkin verran, kun käytetään erilaisia ekstrapolointimenetelmiä. Tämä johtuu siitä, että ekstrapolointi olettaa taipumaviivan muodon säilyvän samanlaisena taipuman kasvaessa. Todellisuudessa taipumaviivan muoto muuttuu, kun lähestytään murtotilaa siten, että käyristymä kasvaa maksimitaipuman kohdalla huomattavasti nopeammin kuin muualla.

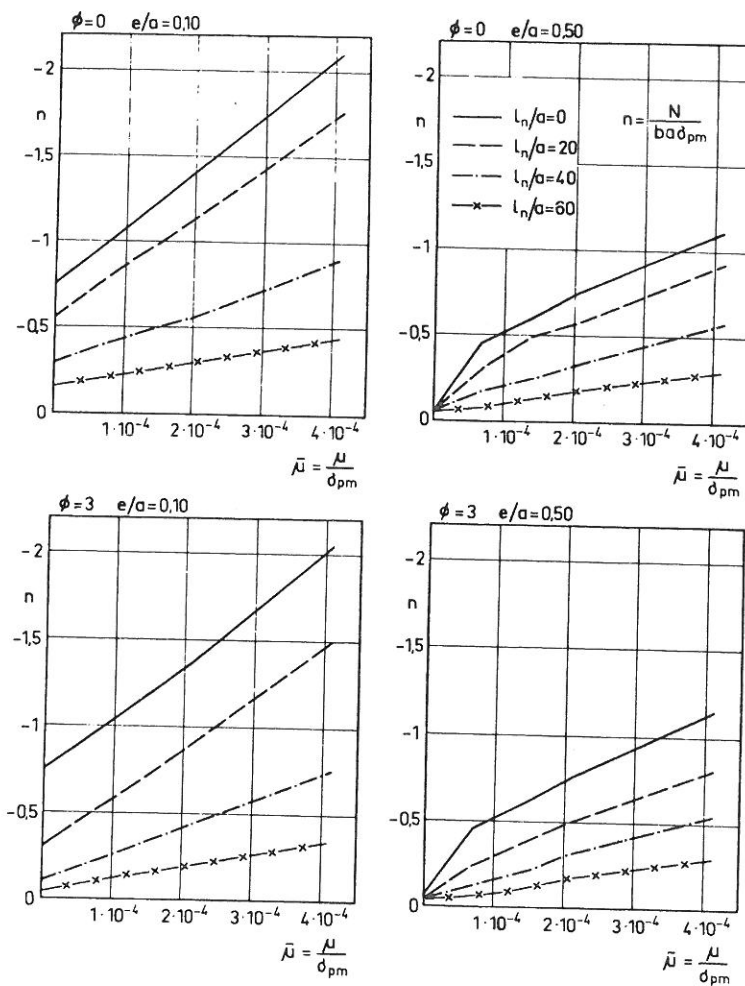
Nyt voidaan differenssiverkon jakopisteissä laskea taivutusmomentti alkuepäkeskisyyden ja taipuman avulla, jonka jälkeen voidaan verrata voimasuureita pilarialkion kapasiteettiin.

Laskelmissa lähdetään pienestä normaalivoiman arvosta ja lisätään normaalivoimaa niin paljon, että pilarin murtokuorma saavutetaan. Tulos saadaan halutulla tarkkuudella käyttämällä riittävän pientä normaalivoiman lisäystä. Laskutyötä on vähennetty käyttämällä murtotilan etsimisessä vaihtuvaa normaalivoiman lisäystä.

Tutkimuksessa laskelmat on tehty kolmelle kuormitustapaukselle, jotka on esitetty kuviossa 10. Käyttämällä muunnettua pilarin pituutta saadaan yhteensä kuusi kuormitustapausta. Näitä perustapauksia käyttäen voidaan likimääräisesti käsitellä myös muunlaisia kuormitustapauksia. Jos momenttipinta on esim. paraabelin muotoinen, saadaan suhteellisen tarkkoja varmallalla puolella olevia tuloksia käyttämällä suorakaiteenmuotoista momenttipintaa. Esimerkkejä lasketuista murtokuormista eri hoikkuuksilla ja epäkeskeisyyksillä on kuvios-



Kuva 10. Kuormitustapaukset.



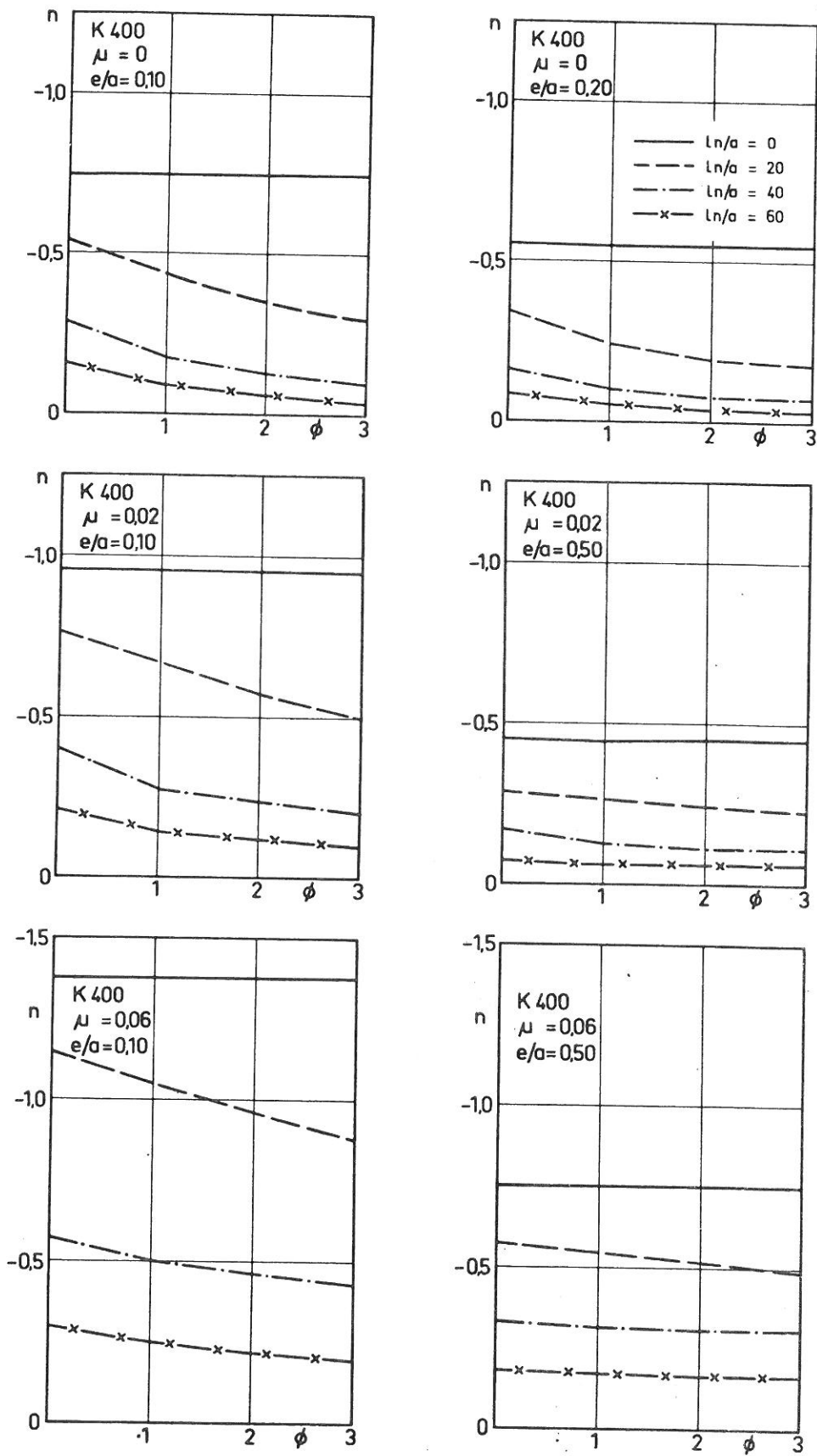
Kuva 11. Pilarin murtokuorman riippuvuus muunnetusta suhteellisesta teräsmäärästä.

sa 11. Tässä kuviossa esitetyt epäkeskiselle puristukselle lasketut käyrät on laskettu edellä esitetyllä differenssimenetelmällä. Keski-
sen puristuksen nurjahduskäyrät on laskettu Eulerin nurjahduskaavas-
ta käyttämällä kohdan 2.3 mukaisella menetelmällä kehitettyä jäyk-
kyden likiarvokaavaa [8], [9]. Kuvioista nähdään, että pilarin tai-
pumet pienentävät murtokuormaa kuormitustapauksessa 1 jo huomatta-
vasti pienemmillä hoikkuuksilla kuin kuormitustapauksessa 2. Tämä
johtuu siitä, että kuormitustapauksessa 2 taipuma alkaa vaikuttaa
murtokuormaan vasta sitten, kun epäkeskisyys taipuneella kohdalla
ylittää pilarin päässä olevan alkuepäkeskisyyden. Koska kuormitusta-
pauksessa 2a syntyy taipumaviivaan käännepiste ja siten 2 aaltoa,
mutta keskisen puristuksen nurjahdus lasketaan olettamalla taipuma-
viiva yksiaaltoiseksi, saadaan nurjahduskuormalle pienempiä arvoja
kuin murtokuormalle. Sen sijaan kuormitustapauksessa 2b saadaan nur-
jahduskuormalle suurempia arvoja kuin murtokuormalle, koska molem-
missa tapauksissa taipumaviiva on yksiaaltoinen (kuvio 11).

2.6 Teräsmäärän ja hiipuman vaikutus pilarin kantokykyyn

Teräsmäärän ja hiipuman vaikutusta on tutkittu laskemalla esi-
merkkitapauksia, joissa suhteellinen teräsmäärä μ ja hiipumaluku ϕ
vaihtelevat.

Esimerkkejä teräsmäärän vaikutuksesta pilarin murtokuormaan
on esitetty kuviossa 12. Esimerkkilaskelmissa on käytetty muuttujana
muunnettua suhteellista teräsmäärää $\bar{\mu} = \mu/\delta_{pm}$, joka saadaan tekijänä
kaavojen (2.5) termeistä N_{ts} ja M_{ts} . Kuvioista havaitaan, että murto-
kuorma kasvaa hoikkuudesta riippumatta pienellä epäkeskisyydellä
($e/a = 0,10$) lähes lineaarisesti muunnetun suhteellisen teräsmäärän
mukana. Suurella epäkeskisyydellä ($e/a = 0,50$) murtokuorma ei enää



Kuva 12. Pilarin murtokuorman riippuvuus hiipumaluvusta.

kasva läheskään lineaarisesti hoikkuuden ollessa pieni, mutta hoikkuuden kasvaessa murtokuorman muutos lähenee lineaarista muutosta. Myös muunnetun suhteellisen teräsmäärän kasvaessa murtokuorma muuttuu lähes suoraviivaisesti. Teräsmäärän vaikutus on samankaltainen hiipumaluvun ϕ ollessa 0 ja 3.

Hiipumaluvun vaikutus pilarin murtokuormaan on esitetty kuviossa 13. Kuvioista nähdään, että hiipuman vaikutus on suhteellisesti suurin betonipilarilla pienellä epäkeskisyydellä. Epäkeskisyyden ja teräsmäärän suuretessa hiipuman vaikutus pienenee. Hoikkuuden kasvaessa hiipuman vaikutus aluksi lisääntyy, mutta pienenee jälleen suurilla hoikkuuksilla.

Pilarin murtokuorman muutos ei ole yleensä hiipumaluvun suhteen lineaarinen, vaan murtokuorman pieneneminen hidastuu hiipumaluvun kasvaessa.

Kun hiipumaluku $\phi = 3$ ja kutistuma $\epsilon_s = -0,0004$, pilarin murtokuorma pienenee kuormitustapauksessa 1 lyhytaikaiseen murtokuormaan verrattuna hoikkuuden λ_n/a ollessa 20 betonipilarilla 0...60 % ja teräsmäärän μ ollessa 0,06 0...30 %. Hoikkuuden ollessa 60 pienenee murtokuorma betonipilarilla 0...70 % ja teräsmäärän ollessa 0,06 0...35 %. Vähennys riippuu epäkeskisyyden suuruudesta.

3. KOKEET JA LASKENNOLLISTEN TULOSTEN VERTAILU KOETULOKSIIN

3.1 Kokeet ja koetulokset

Laskelmien tarkkuuden toteamista varten valmistettiin VTT:n betoniteknillisessä laboratoriossa 16 koepilaria, jotka kuormitettiin murtoon kuvion 10 kuormitustapauksen 1a mukaisella lyhytaikais-

kuormalla. Kokeen aikana mitattiin kuorman lisäksi pilarin taipuma jänteen puolivälissä ja pilarin päissä sekä muutamissa tapauksissa myös terästen jännitykset. Pilareita oli neljää tyyppiä, joiden tärkeimmät ominaisuudet olivat seuraavat

tyyppi	b x a (cm)	betonin lujuusluokka K_n (kp/cm ²)	teräs- määrä μ	hoikkuus λ	teräsetäi- syys c
I	15 x 15	200	0,02	104 ja 107	0,61
II	15 x 15	200	0,04	104 ja 107	0,61
III	15 x 15	400	0,02	104 ja 107	0,61
IV	15 x 15	400	0,04	104 ja 107	0,61

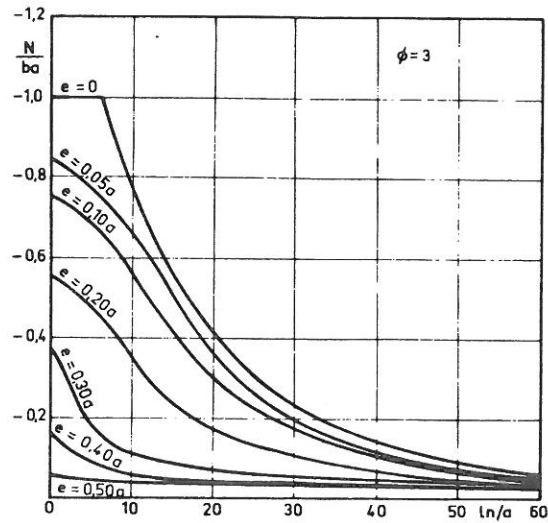
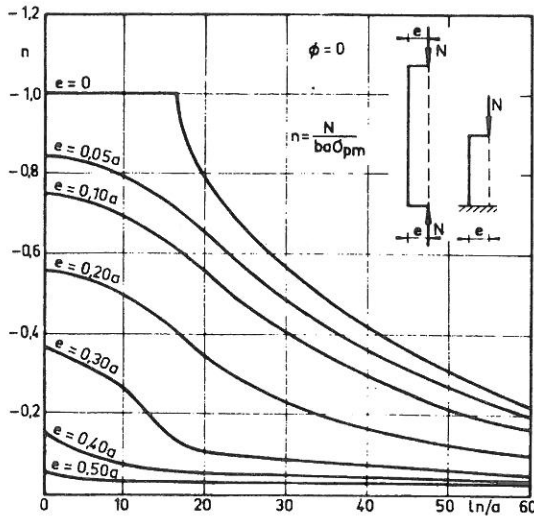
Kutakin tyyppiä valmistettiin neljä kappaletta, joista kaksi oli keskenään samanlaisia. Näistä kahden pilarin kuormituksessa epäkeskisyys e/a oli 0,10 ja toisten kahden 0,50. Tärkeimmät koetulokset on esitetty taulukossa 1 ja mitatut kuormitus-taipumakäyrät kuviossa 14.

Koepilareiden murtokuormat ja taipumat laskettiin tietokoneohjelmalla, joka tehtiin edellä esitettyjen periaatteiden mukaisesti. Lasketut tulokset ja tulosten vertailu koetuloksiin on esitetty taulukossa 1 ja kuviossa 15. Laskelmissa käytettiin betonin myötörajan arvoa $\delta_{pm} = 0,8 \cdot K_n$ (lyhytaikainen kuorma).

Zürichin teknillisessä korkeakoulussa on tehty pilareiden pitkäaikaiskokeita [5]. Kokeissa pilareita on kuormitettu vakiokuormalla ja vakio-olosuhteissa, kunnes pilari on murtunut. Rinnakkaiskokeilla on todettu betonin hiipuma kuormituskokeen aikana. Näistä kokeista otettiin vertailtavaksi kaikki ne symmetrisesti raudoitettut pilarit, joiden koe oli onnistunut. Tällaisia pilareita oli 12 kpl. Koepilareiden

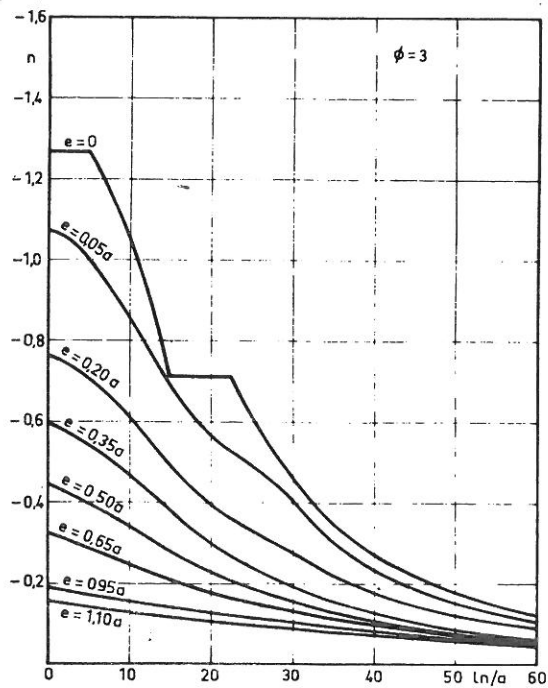
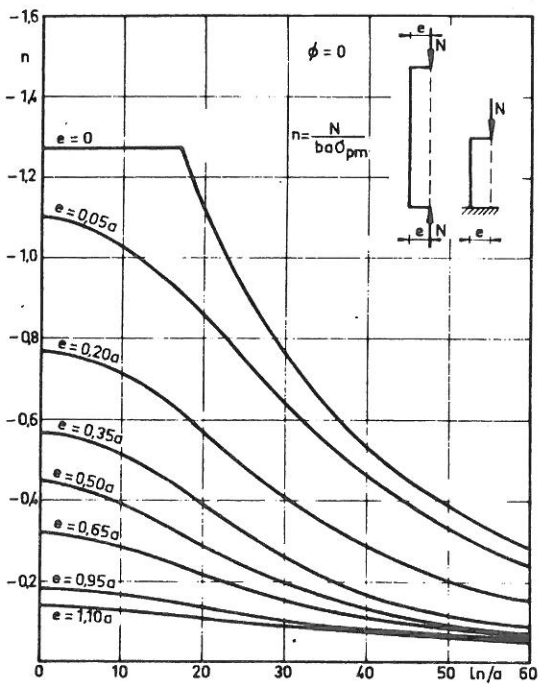
KUORMITUSTAPAU 1

$\sigma_{pm} = 292$
 $\mu = \mu' = 0$



KUORMITUSTAPAU 1

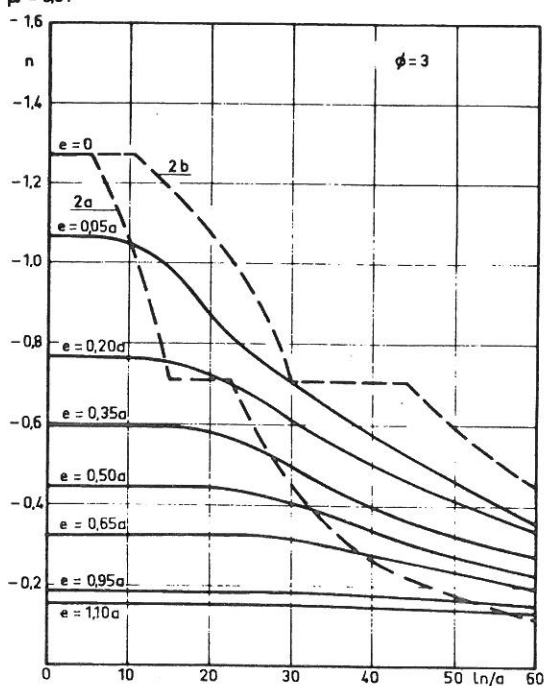
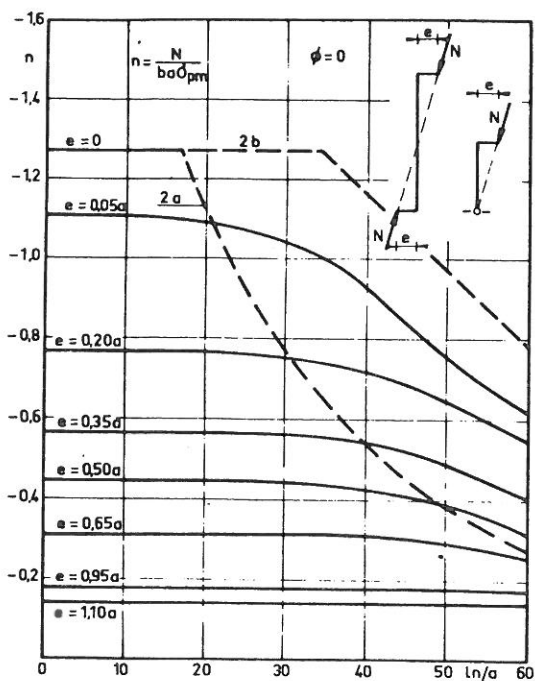
$\sigma_{pm} = 292$
 $\mu = \mu' = 0,01$



Kuva 13. Pilarin murtokuormakäyrästöjä. Kuormitustapaus 1.

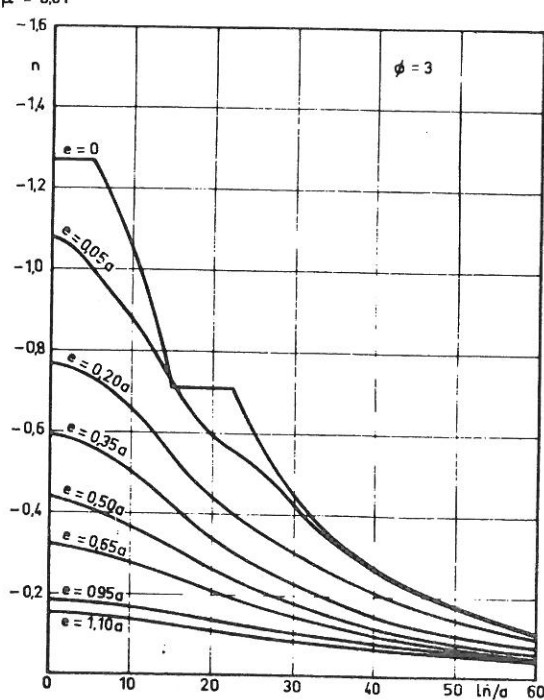
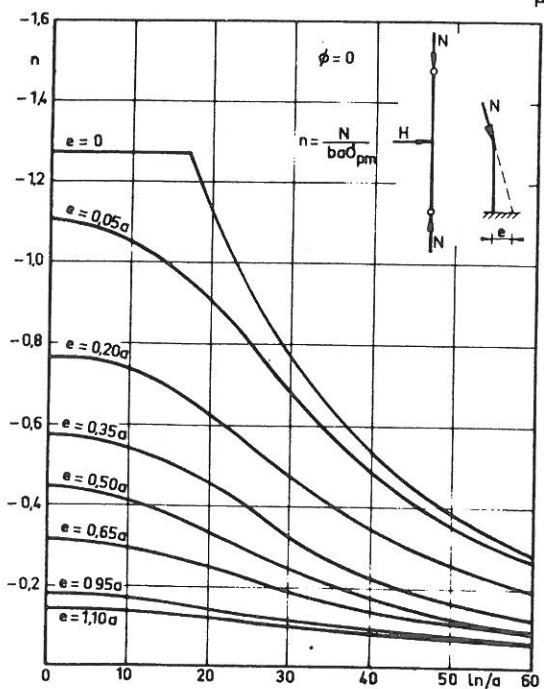
KUORMITUSTAPAUSET 2

$\phi_{pm} = 292$
 $\mu = \mu' = 0,01$



KUORMITUSTAPAUSET 3

$\phi_{pm} = 292$
 $\mu = \mu' = 0,01$



Kuva 13. Pilarin kuormituskäyrästöjä. Kuormitustapaukset 2 ja 3.

Taulukko 1. Lyhytaikaiskokeitten tulokset sekä koetulosten ja laskettujen arvojen vertailu.

Koe- pilari	Murtokuorma (Mp)		N _{lask} /N _{tod}	Betonin lujuus (kp/cm ²)	
	laskettu	todettu		keskim.	alin
1	21,6	25,0	0,86	297	291
2	8,1	10,0	0,81	"	"
3	36,0	39,1	0,92	452	423
4	9,9	11,4	0,87	"	"
5	42,75	44,0	0,97	411	396
6	15,75	17,2	0,92	"	"
7	36,0	35,0	1,03	398	385
8	9,9	10,4	0,95	"	"
9	42,75	36,7	1,16	461	415
10	15,75	17,1	0,92	"	"
11	28,35	27,6	1,03	237	225
12	13,275	13,8	0,96	"	"
13	21,6	20,0	1,08	219	200
14	8,1	9,7	0,84	"	"
15	28,35	30,7	0,92	249	234
16	13,275	15,0	0,89	"	"
			ka = 0,95		
			=====		

tärkeimmät ominaisuudet on esitetty taulukossa 2. Näiden pilareiden murtokuormat laskettiin käyttämällä kokeissa murtohetkellä todettua betonin hiipumalukua ja taulukossa 2 esitettyjä betonin ja terästen lujuuksia. Betonin myötörajaksi pitkäaikaisella kuormituksella otak-
suttiin $\delta_{pm} = 0,73 \cdot K_n$. Laskettuja tuloksia on verrattu koetulok-
siin taulukossa 3 ja kuviossa 16.

3.2 Tulosten vertailu

Lyhytaikaiskokeen pilareille lasketun ja todetun murtokuorman suhde vaihteli välillä 0,81...1,16 keskiarvon ollessa 0,95. Koetulos-
ten hajontaa voidaan pienentää laskemalla kahden samanlaiseksi tar-
koitetun koepilarin murtokuorman keskiarvo. Kun verrataan laskelmien

Taulukko 2. Sveitsiläisten pitkäaikaiskokeitten koepilareiden tärkeimmät ominaisuudet [5].

n:o	e/a	Kuutiolujuus (kp/cm ²)		μ %	Kuormitusaika (vrk)		hiipuma- luku φ	hoiikkaus
		W ₂₈	W _{tm} *		alku to	murto tm		
13	0,10	336	349	1,64	28	42	0,75	100
15	0,10	367	364	1,64	28	32	0,75	100
16	0,10	277	279	1,64	28	35	0,75	100
22	0,25	332	371	1,64	28	96	2,0	100
42	0,033	289	312	1,64	33	43	0,75	100
43	0,033	318	327	1,64	28	46	0,75	100
61	0	405	435	1,64	28	55	1,1	100
62	0,033	405	465	1,64	90	209	1,8	100
64	0,033	311	336	4,30	60	107	1,3	100
71	0,05	357	408	1,70	28	55	1,25	150
72	0,375	357	406	1,70	28	54	1,25	150
81	0	390	380	1,64	28	39	1,1	100
83	0	390	359	4,30	28	62	1,3	100

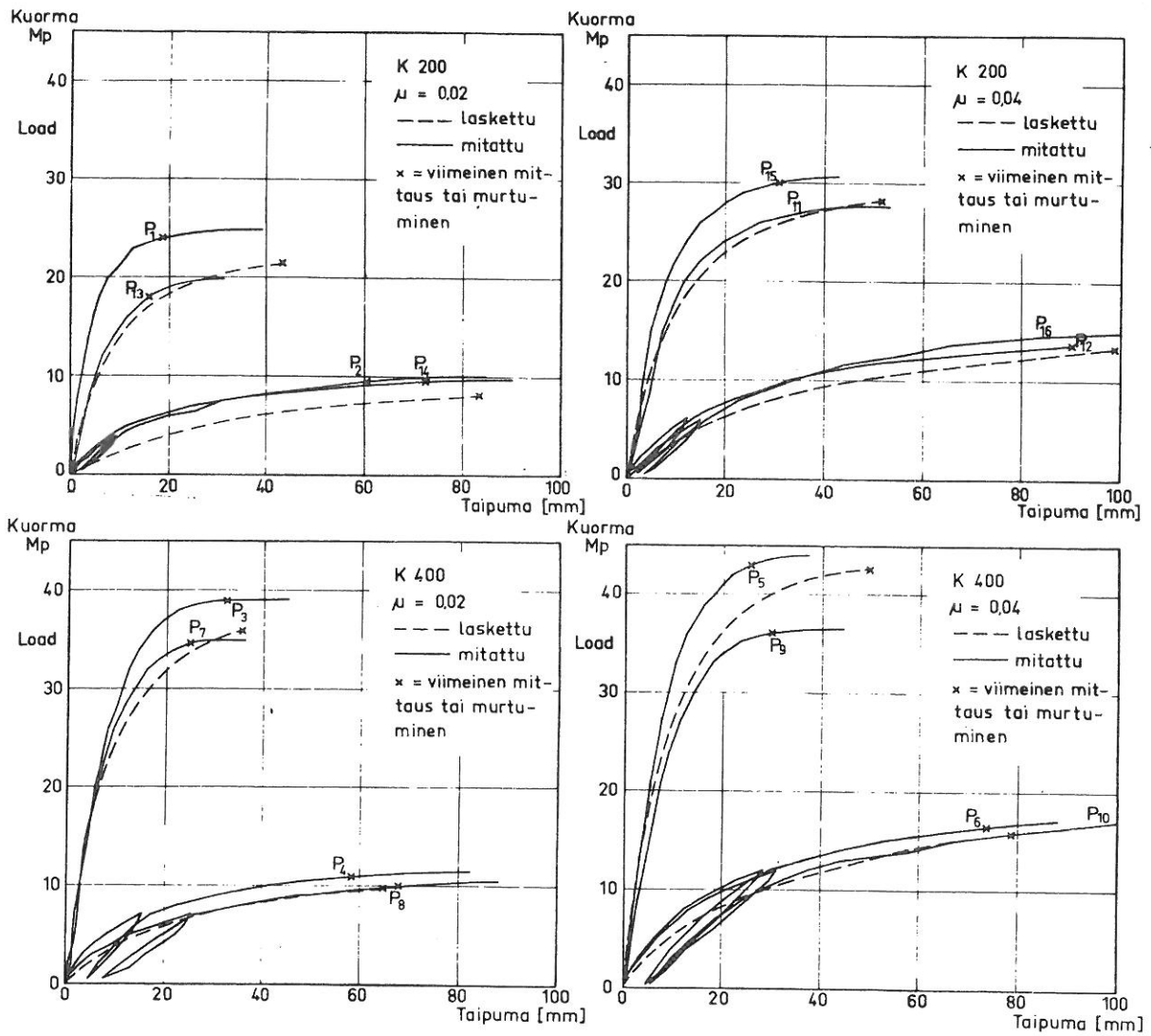
Taulukko 3. Sveitsiläisten pitkäaikaiskokeitten murtokuormat [5] sekä koetulosten ja laskettujen murtokuormien vertailu.

N:o	Murtokuorma N (Mp)		N_{lask} / N_{tod}
	laskettu	todettu	
13	38,4	31,1	1,23
15	38,4	34,9	1,13
16	38,4	33,0	1,19
22	18,9	18,9	1,00
42	45,5	41,6	1,09
43	45,5	43,5	1,05
61	51,1	65,9	0,78
62	44,5	49,6	0,90
64	59,6	64,2	0,93
71	15,5	14,0	1,10
72	5,0	5,2	0,81
81	51,1	61,2	0,84
83	61,0	77,5	0,79
			$k_a = 0,99$ =====

tuloksia tällä tavoin määritettyihin koetuloksiin, vaihtelee lasketun murtokuorman suhde todettuun murtokuormaan välillä 0,83...1,07 (kuvio 15). Lasketut taipumat jänteen puolivälissä noudattivat melko tarkasti todettuja taipumia (kuvio 14).

Pitkäaikaiskokeissa lasketun murtokuorman suhde todettuun murtokuormaan vaihteli välillä 0,78...1,23 keskiarvon ollessa 0,99 (kuvio 16).

Tuloksista voidaan päätellä, että laskelmat antoivat käytäntöä varten riittävän tarkkoja tuloksia. Laskettujen ja todettujen murtokuormien erot johtuvat osaksi koetulosten hajonnasta ja osaksi laskumenetelmän virheistä. Näiden keskinäistä suuruutta ei voida määrittää tehtyjen kokeiden perusteella. Lyhytaikaiskokeissa tehty vertailu kaksoiskappaleilla, joka antaa jonkinlaisen kuvan koetulosten hajonnan vaikutuksesta, osoittaa laskettujen ja todettujen murtokuormien erotuksen pienenevän, kun koetulosten hajonnan vaikutusta vähennetään. Tästä voidaan päätellä, että osa laskettujen ja todettu-



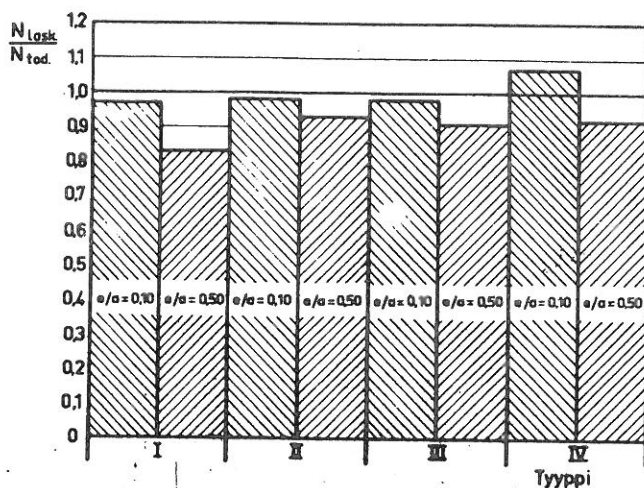
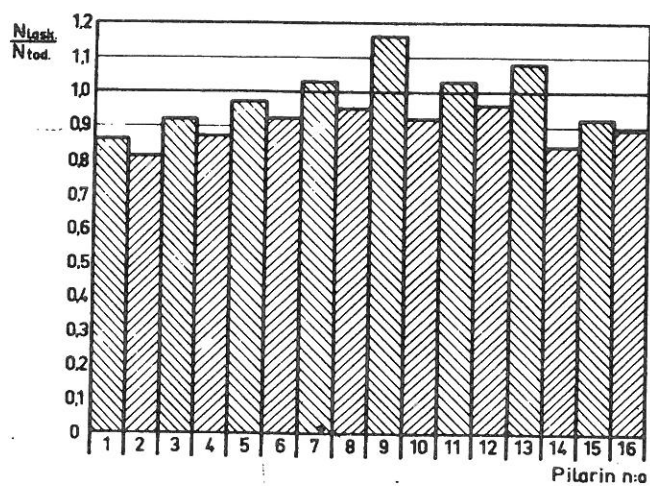
Kuva 14. Koepilareiden kuormitus-taipumakäyrät lyhytaikaiskokeissa.

jen murtokuormien eroista johtuu koetulosten hajonnasta. Erot lasket-
tujen ja todettujen murtokuormien välillä ovat keskimäärin lähes sa-
mansuuruiset lyhytaikaisilla ja pitkäaikaisilla kokeilla, mutta tu-
lostien hajonta on pitkäaikaiskokeilla suurempi kuin lyhytaikaisko-
keilla. Pitkäaikaiskokeissa ei voida havaita merkittäviä tarkkuusero-
ja hoikkuusluvuiltaan $\lambda = 100$ ja $\lambda = 150$ olevien pilareiden välillä.
Pienillä epäkeskisyyden arvoilla on tulosten hajonta suurempi kuin
suurilla epäkeskisyyksillä. Tämä johtuu siitä, että sekä laskumene-
telmissä että kokeissa esiintyvien virheiden vaikutus on suhteelli-
sesti suurin pienillä epäkeskisyyden arvoilla.

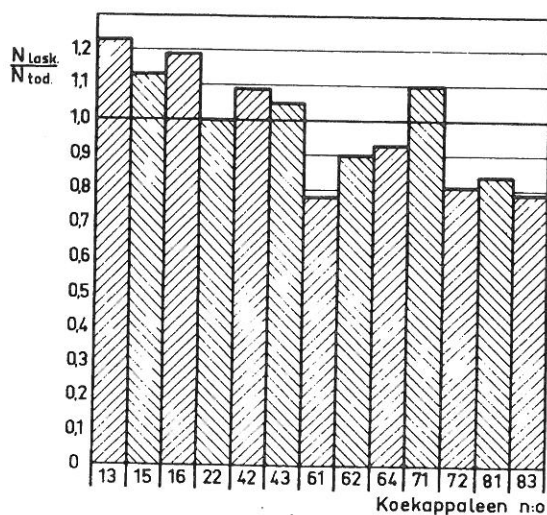
4. MENETELMÄN KÄYTTÖMAHDOLLISUUDET

Esitettyä menetelmää ja laadittua tietokoneohjelmaa käyttäen
voidaan laskea poikkileikkaukseltaan suorakaiteenmuotoisen, symmet-
risesti raudoitettun teräsbetonipilarin tai raudoittamattoman pilarin
murtokuorma taivutuksen ollessa yksiakselinen. Suhteellisen pienin
muutoksin ohjelmaa käyttäen voidaan laskea myös epäsymmetrisesti rau-
doitettuja ja poikkileikkaukseltaan mielivaltaisenmuotoisia pilareit-
ta. Hiipuman ja kutistuman vaikutus saadaan lasketuksi käyttämällä
kuormitusolosuhteita vastaavaa hiipumalukua ja kutistumaa. Kuormituk-
sena voidaan käyttää kuvion 10 mukaisia tapauksia.

Tietokoneohjelman laskenta-aika on melko pitkä, minkä takia
tällainen ohjelma ei liene yleensä taloudellinen yksittäisten pila-
reiden laskemisessa. Kun on kyseessä erikoisen hoikka pilari, kannat-
taneen tällaista ohjelmaa käyttää yksittäisenkin pilarin mitoituksessa.
Ohjelma soveltuu sensijaan hyvin mitoituskäyrästöjen laskemiseen. Käy-
tännön laskelmissa täytyy käyttää tarpeellisia kuorman, materiaalien
ja epäkeskisyyden osavarmuuslukuja.



Kuva 15. Laskettujen murtokuormien vertailu koetuloksiin.



Kuva 16. Laskettujen murtokuormien vertailu koetuloksiin pitkäaikaiskokeissa [5].

5. MENETELMÄN KRIITTINEN TARKASTELU

Laskumenetelmän epätarkkuudet voidaan jakaa perusoletusten ja laskelmien virheisiin.

1. Perusoletuksista ei mikään tietenkään ole täysin tarkka.

Kirjallisuudesta saatujen koetulosten perusteella merkittävimmän lopputuloksiin vaikuttavia perusoletusten virhelähteitä ovat seuraavat:

- Käytetty betonin myötöjännitys δ_{pm} on lähellä kokeissa todettujen arvojen alarajaa [1]. Koetuloksissa on betonin kokeissa tavallista hajontaa, minkä takia yksikäsitteistä myötöjännityksen arvoa ei saada koetuloksista.
- Teräksen jännitys-muodonmuutoskäyrässä ei ole otettu huomioon teräksen myötölujenemisaluetta. Tällä ei ole suurta merkitystä, koska teräksen tullessa lujittumisalueelle muodonmuutokset ovat niin suuria, että pilarin stabiilisuus on jo useissa tapauksissa menetetty.
- Betonin pitkäaikaisen muodonmuutoksen lineaarinen riippuvuus hiipumaluvusta pitää tarkasti paikkansa vain sillä jännityksellä, millä hiipumaluku on määritetty. Käytetyissä pitkäaikaiskokeissa on hiipumaluku määritetty jännitykselle $\delta = 0,40 \dots 0,85 \delta_{pm}$ [5]. Murtotilan läheisyydessä tällä tavalla määritettyä hiipumalukua ja lineaarista muodonmuutosyhtälöä käytettäessä syntyvä virhe pienentää hiipuman vaikutusta.

2. Laskumenetelmän epätarkkuuksista johtuvia virheitä ovat:

- Käyritysmätaulukoita käytettäessä käyritysmien arvot interpoloidaan suoraviivaisesti taulukkoarvojen väliltä. Lopputuloksiin syntyvä virhe on ilmeisesti merkityksettömän pieni.

- Taulukoidun poikkileikkauksen kapasiteetin tarkkuus riippuu taulukon koosta. Laskelmissa on käytetty taulukkoa 50 x 50, joten virhe on alle 2 %. Taulukosta saatava arvo on aina \leq todellinen arvo. Taulukon rauna-alueilla (hyvin pieni tai hyvin suuri normaalivoima) kapasiteetin virhe saattaa olla edellä esitettyä suurempi, mutta kuitenkin alle 3 % taulukon maksimiarvosta.
- Tulostustarkkuus on normaalivoimalle 0,002, mikä on noin 1...2 o/oo lyhyen pilarin murtokuormasta keskisellä kuormituksella.

3. Vertailun kohteena olleissa koetuloksissa syntyy virheellisyksiä mm. seuraavista tekijöistä.

- Betonin lujuus vaihtelee koepilareissa, koska betoni ei ole valmiissa pilareissa tasalaatuista. Tämän takia pilareissa on toisaalta heikkoja kohtia ja toisaalta epähomogeenisuudesta johtuvaa sisäistä epäkeskisyyttä. Betonikoe-kuutiot antavat vain likimääräisen tiedon koepilareiden betonin lujuudesta.
- Terästen paikka ei ole tarkasti suunnitellun mukainen. Tämä aiheuttaa myös vaihteluita epäkeskisyyksissä.
- Teräksiin asennettujen jännityksen mittausrakenteiden suo-
jauksen takia betonipoikkileikkauksen pinta-ala pieneni lyhytaikaiskokeissa pilareilla n:o 7, 8, 9 ja 10. Tämä näkyy koetuloksissa murtokuorman pienenemisenä silloin, kun epäkeskisyyks on ollut pieni (n:o 7 ja 9).
- Pitkäaikaiskokeissa betonin lujuus on kasvanut kokeen aikana. Laskelmissa ei ole otettu huomioon lujuuden kasvua.

Käytetyt merkinnät

A	poikkileikkausala
E	kimmomoduuli
I	poikkileikkauspinnan jäykkyyshmomentti
K_n	betonin kuutiolujuus
a	pilarin sivumitta taivutustason suunnassa
b	pilarin sivumitta kohtisuorasti taivutustasoa vastaan
e	epäkeskisyys
l_n	pilarin nurjahduspituus
λ	pilarin hoikkuusluku (l_n/i)
δ_{pm}	betonin myötöpuristuma
ϵ_e	elastinen muodonmuutos
ϵ_s	kutistuma
ϵ_t	kokonaismuodonmuutos
ϵ_{pm}	betonin myötöraja
μ	suhteellinen teräspinta-ala
$\bar{\mu}$	muunnettu suhteellinen teräspinta-ala

Kirjallisuutta

- [1] Grasser, E., Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Diss., Technische Hochschule München (1968).
- [2] Grenacher, M. & Thürlimann, B., Kriechknicken von Stahlbetonstützen. Institut für Baustatik ETH Zürich. Bericht Nr. 35 (1970).
- [3] Lokki, O., Numeeriset menetelmät I. TKK:n moniste n:o 202 (1964).

- [4] Neville, A.M., Creep of concrete: plain, reinforced and prestressed.
- [5] Ramu, P., Greacher, M., Baumann, M. & Thürlimann, B., Versuche an gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen under Dauerlast. Institut für Baustatik ETH Zürich. Bericht Nr. 6418-1 (1969).
- [6] Rüschi, H., Researches toward a general flexural theory for structural concrete. Journal of the American Concrete Institute, 57 (1960) 1.
- [7] Wittmann, F.H., On the creep and stress relaxation of concrete. Rakenteiden mekaniikka 4 (1971).
- [8] Sarja, A., Betoni- ja teräsbetonipilarin stabiilisuus. Julkaisematon.
- [9] Sarja, A., Teräsbetonipilarin jäykkyydestä ja hoikan pilarin mitoituksesta. Rakennustekniikka 28 (1972) 5.

Asko Sarja, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuslaitos, Betoni-
teknillinen laboratorio, Otaniemi