

Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, Mc Graw-Hill, London 1971. 521 s., hinta 108 mk.

Toinen painos kirjoittajan teoksesta *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, joka ilmestyi 1967, oli ensimmäinen yhtenäinen elementtimenetelmää käsittelevä oppikirja (kts. *Rakenteiden Mekaniikka* 1, 1-2 (1968) s. 38). Alkuperäinen teksti on suurelta osin kirjoitettu uudelleen ja kirjan sivumäärä on miltei kaksinkertaistunut.

Kirjan alussa tarkasteltu elementtimenetelmän perusteoria on esitetty perusteellisemmin, ja se on saanut joitakin lisävivahteita; muun muassa mahdollisuus elementtimenetelmän ratkaisun löytämiseen differentiaaliyhtälön pohjalta on esitetty. Kuitenkin rakenteiden mekaniikan tehtäviä on käsitelty yksinomaan siirtymämenetelmällä. Viime vuosina kehitetyt ns. isoparametriset käyräviivaiset elementit, jotka ovat erittäin tehokkaita monimutkaisten kolmidimensioisten probleemojen ratkaisemiseen, on sisällytetty kirjan aihepiiriin. Ns. puolianalyttisestä käsittelytavasta elementtimenetelmässä on muodostettu yhtenäinen kokonaisuus. Plastisuusteorian, suurten muodonmuutosten teorian ja muiden epälineaaristen probleemojen ratkaisumenetelmiä on huomattavasti kehitetty, ja niiden teoria muodostaa jo johdonmukaisen kokonaisuuden.

Elementtimenetelmän soveltuvuutta erilaisiin probleemoihin on havainnollistettu lukuisin esimerkein. Myös sellaisten fysiikan tehtävien osuutta, joiden aihepiiri ei suoranaisesti liity rakenteiden mekaniikkaan, on huomattavasti lisätty. Tällä on ilmeisesti pyritty korostamaan sitä, ettei elementtimenetelmän soveltuvuusalue rajoitu yksinomaan lujuusopin tehtäviin, vaan se on yleinen fysikaalisten probleemojen numeeriseen ratkaisemiseen soveltuva menetelmä.

Kirjan viimeiseen kappaleeseen on koottu joukko hyvin dokumentoituja FORTRAN IV kielisiä tietokoneohjelma-alirutiineja. Ne on suunniteltu siten, että niitä käyttäen voidaan huomattavasti vähentää tiettyyn elementtimenetelmällä ratkaistavaan probleemaan liittyvää ohjelmointityötä. Alirutiinit on tarkoitettu lähinnä pieniin ja keskisuuriin tehtäviin. Erilaisia lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisiohjelmia ja ominaisarvot tehtävän ratkaisurutiini on myös esitetty.

Kirjan esitystapa on selkeää. Matemaattiset yhteydet on kauttaaltaan kuvattu suhteellisen yksinkertaisessa ja käyttökelpoisessa matriisimuodossa. Laajat kirjallisuusviitteet antavat mahdollisuuden erityisprobleemojen syvällisempään tarkasteluun.

Jukka Aalto

Finite Element Methods in Stress Analysis, toim. Holand, I. and Bell, K., Tapir 1969. 500 s. Hinta n. 110 mk.

Teos on lähes kolme vuotta vanha, mutta koska elementtimenetelmää käsitteleviä kirjoja edelleen on varsin harvalukuisesti (artikkeleista ei ole pulaa), muutama sana siitä lienee edellä esitellyn Zienkiewiczin teoksen jälkeen paikallaan.

Kirjan 16 lukua koostuvat vuoden 1969 alussa Trondheimissa pidetyn elementtimenetelmän seminaarin esitelmistä. Kirjoittajina on sekä norjalaisia elementtimenetelmän spesialisteja että Swansea'n yliopiston tutkijoita. Syntymistapansa johdosta teos on jossakin määrin epäyhtenäinen eikä siten oppikirjana em. Zienkiewiczin kirjan veroinen. Teoksen tarkoituksena lieneekin perehdyttää lukija elementtimenetelmän mahdollisuuksiin eri tyyppisten kappalten tai rakenteiden lujuusopillisessa käsittelyssä. Muutamat luvut, esim.

Holandin esitys tasojännitystilan analysoinnista, ovat kyllä varsin perusteellisia, ja yleensäkin elementtimenetelmän teoriaa käsitellään sen verran, että teoksen lukeminen ilman menetelmän aikaisempaa tuntemusta on hyvin mahdollista.

Kirjassa tarkastellaan sekä kaksi- että kolmidimensioisia tapauksia ja esitellään niiden yhteydessä suuri joukko eri elementtityyppejä. Varsin korkeavapausasteisia elementtejä on saatu aikaan sijoittamalla nurkkapisteitä elementtien sivuille. Monissa ratkaisuissa verrataan eri elementtityyppien tehokkuutta sekä myös elementtiverkon tiheyden vaikutusta lopputuloksen numeeriseen tarkkuuteen. Menetelmän suppenemista on varsinaisesti käsitelty vain laat-taprobleemojen osalta. Lisäksi mainittakoon vielä käyräviivaisten kuorielementtien ja iso-parametrusten elementtiperheiden tarkastelu sekä elementtimenetelmän soveltaminen muutamiin plastisuus- ja stabiilisuusteorian probleemoihin.

Jo lievästä vanhahtaneisuudestaan huolimatta teoksesta saa melko hyvän kuvan elementtimenetelmän soveltamismahdollisuuksista tiettyihin lujuusopin aloihin. Lisäksi kirja on varsin helppotajuinen ja sen probleemakeskinen tarkastelutapa voi miellyttää käytännön insinöörejä.

Pauli Jumpanen