

VAAKAVOIMAN JA TAIIVUTUSMOMENTIN RASITTAMAN PAALUN LASKEMINE

STIG NYLUND

Rakenteiden Mekaniikka
Vol. 4 No. 1 1971 ss.
21-33; Rakenteiden Me-
kaniikan Seura, Helsin-
ki

1. Yleistä

Kun paaluperustusta rasittaa normaalivoiman lisäksi vaakavoima ja momentti, joudutaan yleensä käyttämään vinoja paaluja perustuksen stabiilisuuden turvaamiseksi. Määrätyissä tapauksissa suurpaaluja käytettäessä on edullista ottaa huomioon myös maan stabilisoiva vaikutus. Tämä koskee etenkin yksittäisiä suurpaaluja kitka- maassa, mutta myös koheesiomaan sivusuuntainen vastustuskyky voidaan ottaa määrätyissä rakenteissa huomioon. Seuraavassa selostetaan muutamalla esimerkillä rakenteita, joissa vaakavoimien siirtäminen maahan paalun välityksellä voi tulla kysymykseen.

Perustettaessa sillan kansirakenteen pääty suoraan suurpaalujen varaan saadaan rakenne, jossa paalujen yläpäähän vaikuttaa normaalivoiman lisäksi kansirakenteen kutistumisesta ja lämpötilan vaihteluista johtuvat vaakasuorat voimat. Myös tuulikuorma ja liikenteen aiheuttamat vaakavoimat siirtyvät kansirakenteen välityksellä paaluille.

Korkean siilon tai mastorakenteen tuulikuormat synnyttävät perustuksiin vaakavoimia. Jos rakenne perustetaan yksittäisille suurpaaluille, paalut saavat vaakavoimia.

Kun satamalaituri perustetaan suurpaaluille voidaan alusten sivusysäyksistä aiheutuvat voimat ja muut vaakavoimat siirtää paalujen välityksellä maahan. Satamissa alusten kiinnitystä varten tarvittavat tihtaalirakenteet voidaan tehdä suurpaalusta, jonka yhteyteen rakennetaan maa-ankkurit. Alusten liikkeistä syntyvät vaakavoimat siirtyvät paalun ja maa-ankkurien välityksellä maahan.

2. Analyyttinen käsittely

Vaakavoiman ja momentin rasittaman paalun staattisesta käsittelystä on kirjoitettu paljon ja kehitetty erilaisia kaavoja laskelmien helpottamiseksi. Useimmat näistä menetelmistä perustuvat paalun kimmoviivan differentiaaliyhtälön

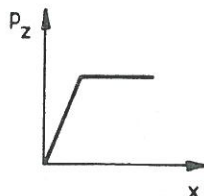
$$EI \frac{d^4 x}{dz^4} = - p_z \quad (1)$$

ratkaisemiseen. Maanpaine määritetään yleensä nk. alustalukumenetelmää käyttäen. Alustaluvun k_z oletetaan olevan kuormituksesta riippumaton, mutta maalajin, tiiveyden ja pohjaveden tason mukaan syvyydestä z riippuva muuttuja.

$$p_z = k_z x \quad (2)$$

Seuraavassa selostetaan tehtävän käsittelyä differenssimenetelmällä. Differenssimenetelmän mukainen laskenta edellyttää matriisin kääntämistä, joten tehtävä käsitellään edullisimmin tietokoneella.

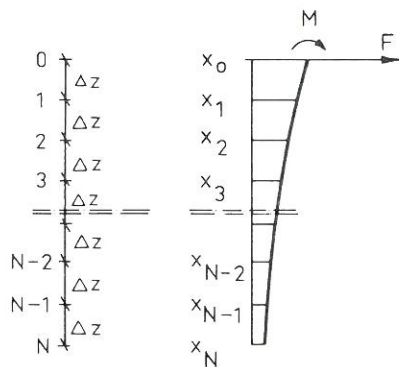
Alustaluvun k_z suuruuteen ja sen määrittämiseen on kiinnitetty suhteellisen vähän huomiota. Tässä tarkastelussa käytetään K. Terzaghin [6] teoreettisesti laskemia arvoja. Murtohetkellä paalun liikkeitä vastustavien maanpaineiden raja-arvojen määrittämisessä käytetään B. Broms'n [2, 3] esittämiä arvoja. Maanpaineen p_z ja maan vaakasuoran siirtymisen x välinen riippuvuus oletetaan kimmoiseksi ideaaloplastiseksi (kuva 1)



Kuva 1. Maanpaineen p_z ja maan vaakasuoran siirtymän x välinen riippuvuus.

3. Differenssiyhtälöt

Seuraavassa johdetaan kuvan 2 merkintöjä käyttäen differenssiyhtälöt paalun yläpään pisteestä 0 alapään pisteeseen N.



Kuva 2. Paalulaskennan merkintäkaavio.

Yleinen differenssiyhtälö pisteessä n ($1 > n > N-1$) saadaan muuttamalla yhtälö (1) vastaavaan differenssimuotoon (3).

$$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 6x_n - 4x_{n-1} + x_{n-2} + k_z \frac{(\Delta z)^4}{EI} x_n = 0 \quad (3)$$

Paalun ulkopuolelle jäävät differenssipisteet x_{-1} , x_{-2} , x_{N+1} ja x_{N+2} tulevat määritettäväiksi reunaehtojen perusteella.

$$EI \frac{d^3 x}{dz^3} = 0 : x_2 - 2x_1 + 2x_{-1} - x_{-2} = 2F \frac{(\Delta z)^3}{EI} \quad (4)$$

$$EI \frac{d^2 x}{dz^2} = M : x_1 - 2x_0 + x_{-1} = M \frac{(\Delta z)^2}{EI} \quad (5)$$

$$EI \frac{d^3 x}{dz^3} = 0 : x_{N+2} - 2x_{N+1} + 2x_{N-1} - x_{N-2} = 0 \quad (6)$$

$$EI \frac{d^2 x}{dz^2} = 0 : x_{N+1} - 2x_N + x_{N-1} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dz} = 0 : x_1 = x_{-1}, x_{N-1} = x_{N+1} \quad (8)$$

Kun paalun pää on jäykästi kiinnitetty, käytetään yhtälöiden (5) ja (7) asemesta yhtälöä (8).

4. Maanpaineen ja paalun siirtymän välinen riippuvuus

Kitkamaassa alustaluku k_z on suoraan verrannollinen maan kimmomoduuliin. Koska kimmomoduuli taas on riippuvainen kitkamaan suhteellisesta tiiveydestä, alustaluku kasvaa syvyyden mukana. Seuraavassa oletetaan, että alustaluku kasvaa suoraviivaisesti syvyyden kasvaessa.

$$k_z = n_h z \quad (9)$$

Terzaghi [6] suosittelee kitkamaalle seuraavia numeroarvoja, taulukko 1.

Taulukko 1. Vakio n_h (Mp/m) Terzaghin mukaan.

<u>Maan tiiveys</u>	<u>löyhä</u>	<u>normaali</u>	<u>tiivis</u>
Pohjavedenpinnan yläpuolella	250	750	2000
Pohjavedenpinnan alapuolella	140	500	1200

Myös koheesiomaassa alustaluku on lyhytaikaisen kuormitustilan valitessa suoraan verrannollinen maan kimmomoduuliin ja siis riippuvainen maan lyhytaikaisesta leikkauslujuudesta τ_u . Pysyvän kuormituksen vaikuttaessa vaakasuorat siirtymät kasvavat ajan mukaan kimmoisiin muodonmuutoksiin verrattuina moninkertaisiksi. Täten koheesiomaan stabilisoivaa vaikutusta paalun sivuvakavuuteen ei voida ottaa huomioon kuin erikoistapauksissa. B. Broms [2, 3] antaa alustaluvun arvolle seuraavat vaihtelurajat.

$$k_z = (32 \dots 128) \tau_u \quad (10)$$

Murtotilassa maa työntyy paalun edestä ylöspäin. Syvyyden kasvaessa maan liike muuttuu vaakasuoraksi siten, että maa murtuessaan siirtyy paalun edestä sivuille ja paalun taakse. B. Broms mainitsee, että se syvyys josta lähtien maa murtuu ainoastaan sivuille, on koheesiomaassa noin kolme kertaa paalun halkaisija ja kitkamaassa noin viisikymmentä kertaa paalun halkaisija.

Kitkamaassa paalun liikkeitä vastustava passiivipaine p_p vaihtelee seuraavien arvojen välillä.

$$p_p = (3 \dots 10) D \gamma K_p z \quad (11)$$

missä D = paalun halkaisija

γ = maan tilavuuspaino

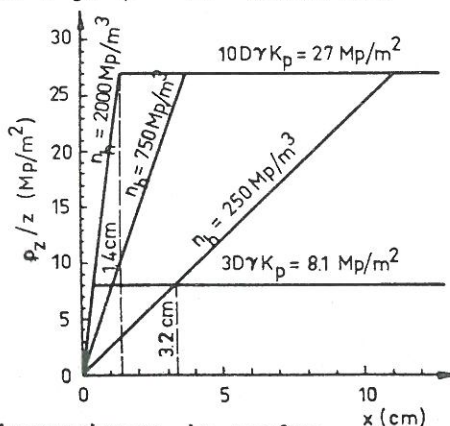
$$K_p = \text{tg}^2(45 + \phi/2)$$

ϕ = maan kitkakulma

Koheesiomaassa passiivipaine on maanpinnassa $p_p = 2\tau_u$, ja se kasvaa syvyyden mukana saavuttaen maksimiarvonsa syvyydessä $3D$

$$p_p = (8 \dots 12) \tau_u D \quad (12)$$

Paalua vasten muodostuvan vaakasuoran maanpaineen p_z ja paalun vaakasuoran siirtymän x_z välisen riippuvuuden havainnollistamiseksi kitkamaassa tarkastetaan riippuvuutta, kun maan tilavuuspaino $\gamma = 1.8 \text{ t/m}^3$, $D = 0.5 \text{ m}$ ja $\phi = 30^\circ$ (kuva 3).



Kuva 3. Maanpaineen ja paalun siirtymisen välinen riippuvuus.

Stig Nylund: Vaakavoiman ja taivutusmomentin rasittaman paalun ...

Kuvasta ilmenee, että passiivipaineen ylärajan $27 \text{ Mp/m}^2\text{z}$ saavuttaminen tiiviissä maassa vaatii siirtymän 1.4 cm ja passiivipaineen alarajan $8.1 \text{ Mp/m}^2\text{z}$ saavuttaminen löyhässä maassa vaatii siirtymän 3.2 cm. Todellisuudessa vaadittu siirtymä on yleensä tämän ideaalisoidun riippuvuuden antamaa siirtymää suurempi.

5. Paalun lujuusominaisuudet

Perusyhtälössä (1) maan lujuusominaisuudet tulevat esiin alustaluvun ja passiivipaineen määrittämisessä. Paalun lujuus esiintyy yhtälössä esiintyvän kimmomoduulin E ja jäyhyysmomentin I arvoissa. Nämä vakiot ovat esim. teräspaalun ollessa kysymyksessä yksiselitteisesti määrättävissä. Teräsbetonipaalun jäykkyyden ja kimmomoduulin määrittäminen sen sijaan on monimutkaisempi asia. Taivutetun teräsbetonisauvan muodonmuutosten määrittelyssä klassisessa mitoituksessa on käytetty kahta eri tapaa. Toisessa määritetään sauvan jäyhyysmomentti tilan I mukaan teräksiä huomioimatta. Tällöin kompensoidaan epätarkkuus pienentämällä kimmomoduulia E . Toisessa tavassa määritetään hitausmomentti tilan II mukaan mahdollisimman tarkasti nk. n -menetelmää käyttäen, jossa ei oteta huomioon betonin pinta-alaa neutraaliakselin vedetyllä puolella ja terästen pinta-ala huomioidaan n -kertaisena. Tässä tapauksessa käytetään lyhytaikaisessa kuormitus-tilassa betonin kimmomoduulia sellaisenaan. Betonin hiipuminen otetaan huomioon molemmissa tapauksissa erikseen. Seuraavassa tarkastetaan teräsbetonipaalun jäykkyyttä myöhemmin mainittua menetelmää käyttäen jättäen betonin ajasta riippuvat muodonmuutokset tarkastelun ulkopuolelle. Näitä voidaan ottaa huomioon pienentämällä kimmomoduulia E .

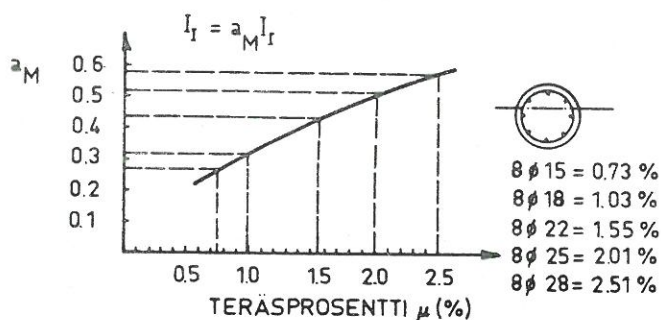
Tilassa I ympyränmuotoisen paalun hitausmomentti on

$$I_I = \pi D^4 / 64 \quad (13)$$

Tilassa II paalun hitausmomentti on huomattavasti pienempi. Tässä tarkastelussa oletetaan, että $I_{II} = aI_I$. Arvon a määrittämisessä edellä mainitun klassisen menetelmän mukaan neutraaliakselin vetopuolella oleva betonin pinta-ala jätetään huomiotta ja terästen pinta-ala otetaan 15 kertaisena. Tarkastelussa käsitellään paalua, jonka halkaisija $D = 0.5$ m.

Paalun otaksutaan olevan jännitystilassa I kunnes jäykkyyden I_I mukaan laskettu betonin vetojännitys ylittää vetolujuuden. Jäykkyyden arvo I_{II} riippuu normaalivoiman ja momentin välisestä suhteesta. Kuvassa 4 on esitetty arvoa a_M normaalivoiman ollessa nolla ja taivutusmomentin ollessa niin suuri, että betonin vetolujuus on ylitetty.

Kun tarkastellaan murtotilaa, kuvaan tulee mukaan maan murtumisen lisäksi paalun murtuminen. Teräsbetonipaalun taivutuskestävyys, samoin kuin paalun jäykkyys, riippuvat normaalivoimasta. Kuvassa 5 on esitetty paalun taivutuskestävyys kun normaalivoima on nolla. Kuvan mukaan taivutuskestävyys riippuu ratkaisevasti teräsprosentista.



Kuva 4. Taivutetun teräsbetonipaalun jäykkyys.

$$K_n = k_n \frac{(\Delta z)^2}{EI} \quad (16)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \\ x_N \end{bmatrix} \quad (17) \quad r = \begin{bmatrix} -M \frac{(\Delta z)^2}{EI} - F \frac{(\Delta z)^3}{EI} \\ M \frac{(\Delta z)^2}{EI} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Kun siirtymät on laskettu, taivutusmomentti paalun pisteissä saadaan yhtälöryhmästä (19) ja leikkausvoima yhtälöstä (21).

$$M = mx \quad (19)$$

$$m = - \frac{EI}{(\Delta z)^2} \begin{bmatrix} \frac{M(\Delta z)^2}{EI x_0} \\ 1 & -2 & 11 \\ & 1 & -2 & 1 \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & 1 & -2 & 1 & \cdot \\ & & & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$Q_n = F - \sum_{i=0}^n p_i(\Delta z) \quad (21)$$

Seuraavassa lasketaan paalun toiminnan havainnollistamiseksi sivusiirtymä x_z , maanpaine p_z ja paalun taivutusmomentti M_z horisontaalivoiman F ollessa 1 Mp. Tarkastelussa on laskettu sekä tiiviissä että löyhässä maassa kaksi tapausta. Ensimmäisessä tapauksessa (a) on otaksuttu poikkileikkauksen pysyvän tilassa I. Toisessa tapauksessa (b) on oletettu, että paaluun syntyy halkeamia ja että teräsprosentti $\mu = 0.73 \%$. Paalun jäyhyysmomentti on tällöin

Stig Nylund: Vaakavoiman ja taivutusmomentin rasittaman paalun ...

kuvan 4 mukaan $I = 0.27 I_I$. Laskelmissa betonin kimmomoduuliksi on otettu $E = 2\,800\,000 \text{ Mp/m}^2$, paalun halkaisijaksi $D = 50 \text{ cm}$ ja pituudeksi 5 m . $\Delta z = 1 \text{ m}$.

Ensin tulee määritettäväksi K kaavan (15) ja r kaavan (18) mukaan. Numeeristen laskelmien helpottamiseksi r -vektorin alkiot kerrotaan tuhannella, jolloin yhtälöryhmän ratkaisuna saadut sivusiirtymät x ovat mm:issä. Tiiviissä maassa, jossa $n_h = 2000 \text{ Mp/m}^3$, matriisit saavat seuraavan muodon.

a) $I = I_I$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & & \\ -2 & 5.1163 & -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 6.3489 & -4 & 1 & & \\ & 1 & -4 & 6.5815 & -4 & 1 & \\ & & 1 & -4 & 5.8141 & -2 & \\ & & & 1 & -2 & 1.5234 & \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} -0.1163 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) $I = 0.27 I_I$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & & \\ -2 & 5.4283 & -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 7.2848 & -4 & 1 & & \\ & 1 & -4 & 8.1413 & -4 & 1 & \\ & & 1 & -4 & 7.9978 & -2 & \\ & & & 1 & -2 & 2.9272 & \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} -0.4283 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Laskelmien tulokset on esitetty kuvissa 6.

Löyhän maan $n_h = 250 \text{ Mp/m}^3$ ollessa kysymyksessä matriisit ovat seuraavat:

a) $I = I_I$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ -2 & 5.0145 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6.0436 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6.0727 & -4 & 1 \\ & & 1 & -4 & 5.1018 & -2 \\ & & & 1 & -2 & 1.0655 \end{bmatrix}$$

r-matriisi on sama kuin tiiviin maan tapauksessa (a).

b) $I = 0.27 I_I$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ -2 & 5.0535 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6.1606 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6.2677 & -4 & 1 \\ & & 1 & -4 & 5.3747 & -2 \\ & & & 1 & -2 & 1.2409 \end{bmatrix}$$

r-matriisi on sama kuin tiiviin maan tapauksessa (b). Laskelmien tulokset on esitetty kuvissa 7.

Lopuksi on tarkasteltu paalun ($I = 0.27 I_I$) murtumista tiiviissä ja löyhässä maassa. Paalun taivutuskestävyys on kuvan 5 mu-

Stig Nylund: Vaakavoiman ja taivutusmomentin rasittaman paalun ...

kaan 10.5 Mpm, kun teräsprosentti = 0.73 %. Maanpaineen maksimiarvona on pidetty 8.1 z Mp/m^2 . Murtumislaskelmien suoritus muuttuu iterointitehtäväksi, kun maanpaine ylittää lineaarisen alueen josakin pisteessä. Tällöin maanpaine joudutaan tässä pisteessä korvaamaan maksimiarvolla $8.1 \text{ z } \frac{(\Delta z)^4}{EI}$ r-vektorissa ja K-matriisissa asettamaan $k_z = 0$. Laskelmien tulokset on esitetty kuvissa 8. Siinä esitetty sivusiirtymä ja maanpaine muodostuu juuri ennen kuin paaluun murtumishetkenä syntyy nivel.

7. Yhteenveto

Näiden suppeiden tarkastelujen perustella voitaneen tehdä seuraavat johtopäätökset.

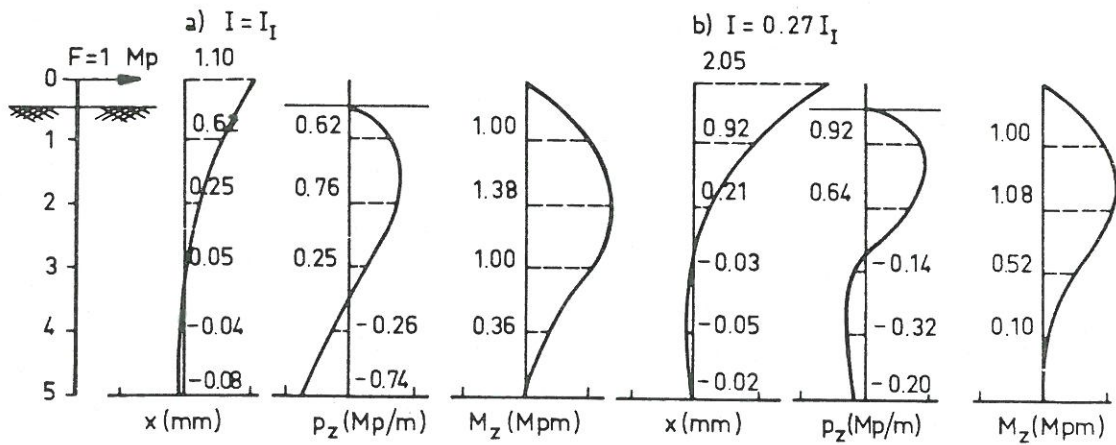
Yleisesti voidaan sanoa, että maan tiiveydellä kitkamaassa on ratkaiseva vaikutus sivusiirtymän suuruuteen. Myös paalun jäykkyys vaikuttaa tähän. Kuvista 6 ja 7 nähdään, että sivusiirtymä kasvaa paalun jäykkyyden pienentyessä.

Kitkamaan tiiveydellä on sen sijaan yllättävän pieni vaikutus paalun taivutusmomentin suuruuteen. Voidaan myös todeta, että jäykkä paalu saa suuremman taivutusmomentin kuin notkea.

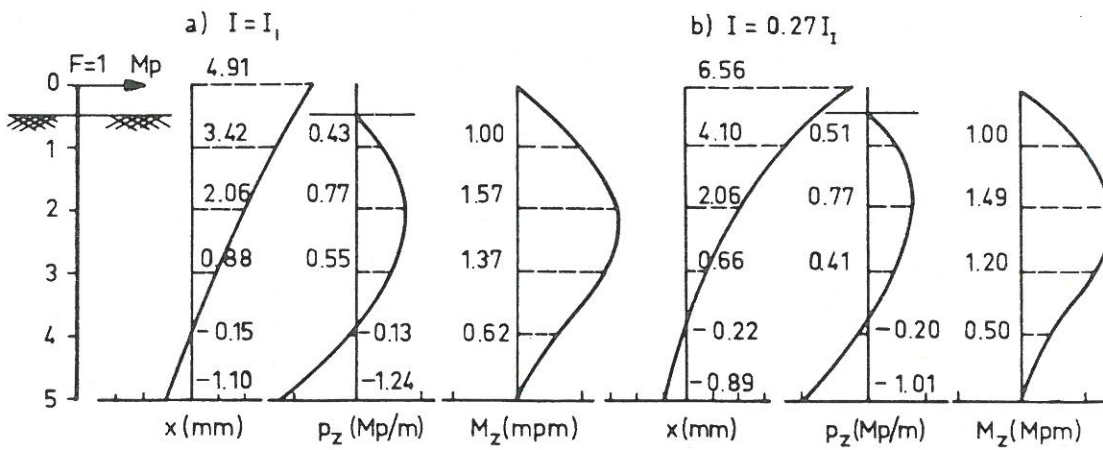
Voidaan sanoa, että paalun rasituksia määritettäessä saadaan varmemmalla puolella oleva ratkaisu, jos käytetään arvoa $I = I_1$. Sivusiirtymän laskemisessa tulisi kuitenkin ottaa huomioon teräsbetonipaalun todellinen jäykkyys mahdollisimman tarkasti.

Kirjallisuutta

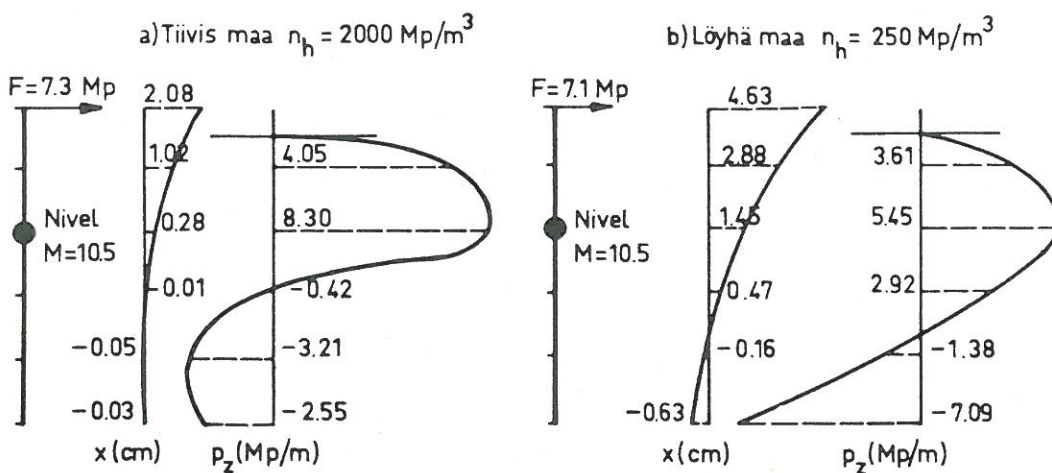
- [1] Hudson Matlock - Lymon C. Reese, Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, October 1960.



Kuva 6. Tiivis maa $n_h = 2000 \text{ Mp/m}^3$



Kuva 7. Löyhä maa $n_h = 250 \text{ Mp/m}^3$



Kuva 8. Murtotila tiiviissä ja löyhässä maassa, $I = 0.27 I_I$

Stig Nylund: Vaakavoiman ja taivutusmomentin rasittaman paalun ...

- [2] Bengt Broms, Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, March 1964.
- [3] Bengt Broms, Design of Laterally Loaded Piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, May 1965.
- [4] Bramlette McClelland - John Focht, Soil Modulus for Laterally Loaded Piles. Transactions, American Society of Civil Engineers 1958.
- [5] Hudson Matlock - Lymon C. Reese, Foundation Analysis of Offshore Pile Supported Structures. Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering 1961.
- [6] Karl Terzaghi, Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction. Geotechnique 1954.
- [7] Stig Bernander - Ingmar Svensk, Pålars bärförmåga i elastiskt medium under hänsynstagande till initialkrökning och egenspanningar i pålmaterialet. Väg- och Vattenbyggarer nr. 12. 1970.
- [8] Matti Ollila, Eine Allgemeine Methode für die Berechnung der Beliebigen Pfahlgruppen mit der Annahme des Unendlich Steifen Grundblockes. Bautechnik n:o 9. 1968.
- [9] Georg Anger - Karl Tramm, Durchbiegungsordinaten für Einfeld und Durchlaufende Träger.
- [10] Clarence W. Dunham, Advanced Reinforced Concrete.

Stig Nylund, dipl.ins., Ins.tsto H. Kakko