

LAATTAPERUSTUSTEN LASKEMINEN TIETOKONEELLA

STIG NYLUND

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 3 No. 2 1970 ss. 58–63
Rakenteiden Mekaniikan Seura, Helsinki

1. Yleistä

Rakennuksia, säiliöitä ja altaita perustetaan yleensä seuraavissa tapauksissa yhtenäiselle teräsbetonilaatalle.

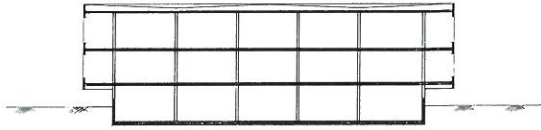
- Sallittu pohjapaine on niin pieni ettei erillisiä anturoita voida käyttää (kuva 1).
- Säiliön tai altaan pohja valetaan suoraan maata vasten (kuva 2).
- Rakennuksen kellariin tehdään pohjavedenpinnan alapuolelle ulottuvia tiloja, joiden lattiat ja seinät vesipaine-eristetään (kuva 3).

Peruslaatan muodostaa joustavalla alustalla oleva, piste- ja viivakuormien rasittama pintarakenne. Rakenne on täten yleisessä muodossaan verraten komplisoitu.

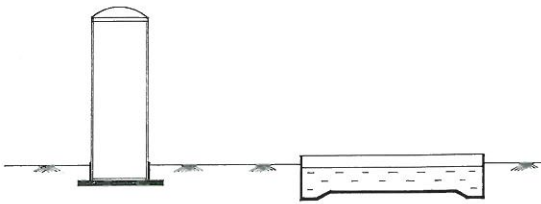
Jos pohjapaineen jakautuminen otaksutaan riippumattomaksi laatan muodonmuutoksista ja täten tunnetuksi, tehtävä muuttuu tavalliseksi laattatehtäväksi. Tällöin yksinkertaisemmat tehtävät, kuten symmetriset ympyrän- ja neliönmuotoiset pohjalaatat, symmetriset suorakaidelaatat sekä symmetriset pienehköt pilarilaatastot, joissa pilarikuormat ovat samaa suuruusluokkaa, voidaan kätevästi ratkaista taulukkoteosten ja käsikirjojen avulla. Suuremmat epäsymmetriset tai ortotrooppiset laatastot, joissa pilarikuormat ovat eri suuruusluokkaa, lasketaan parhaiten tietokoneella. Tietokoneen avulla voidaan myös ottaa huomioon alustan joustavuus.

Seuraavassa ei tulla käsittelemään olemassa olevia tietokoneohjelmia, vaan yritetään muutamalla esimerkillä havainnollistaa, miten tietokonetta voidaan käyttää hyväksi pohjalaattojen laskemisessa. Käytettävissä olevat laskentamenetelmät perustuvat yleensä joko kimmoteoriaan, jolloin määritetään rakenteen käyttöjännitykset ja näitä verrataan betoninormien sallittuihin jännityksiin tai plastisuusteoriaan, jolloin määritetään rakenteen murtokuorma ja saatua varmuuskerrointa verrataan betoninormien vaatimaan varmuuskertoimeen.

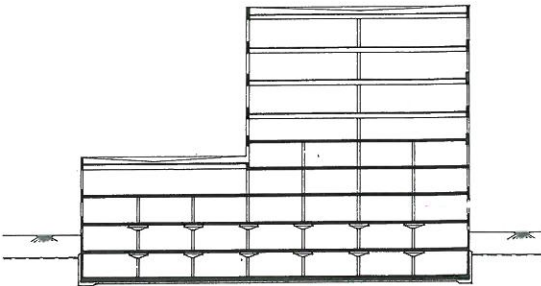
1.



2.



3.



2. Kimmoteoriaan perustuvat menetelmät

2.1 Yleistä

Laskentamenetelmät, jotka johtavat käyttötilan jännitysten määrittämiseen, perustuvat yleensä laattayhtälön likimääräiseen ratkaisemiseen. Peruslaatta, kuten muutkin laattarakenteet, voidaan keventää sijoittamalla rakenteeseen kevennysputkia tai muita onteloita. Tämän vuoksi tarkastelemme seuraavassa myös anisotrooppista laattaa, jonka erikoistapaus isotrooppinen tasapaksuinen laatta on. Anisotrooppisen laatan kimmopinnan differentiaaliyhtälö on

$$\begin{aligned} \varrho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ + \varrho_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - p(x, y) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

jossa

$$\begin{aligned} H &= \frac{d^3}{24(1 - \eta_x \eta_y)} \\ (E_x \eta_x + E_y \eta_y + 4G(1 - \eta_x \eta_y)) \\ \varrho_x &= \frac{E_x d^3}{12(1 - \eta_x \eta_y)} \\ \varrho_y &= \frac{E_y d^3}{12(1 - \eta_x \eta_y)} \\ \gamma_{xy} &= \frac{Gd^3}{12} \end{aligned}$$

E = kimmokerroin, G = liukukerroin, d = laatan paksuus ja η = Poissonin vakio. Tämä yhtälö voidaan likimääräisesti ratkaista monellakin eri tavalla. Tunnetuimmat ja tietokoneelle parhaiten ohjelmoitavissa olevat lienevät Fourier'n kaksoissarjoihin ja differenssilaskentaan perustuvat menetelmät. Näillä menetelmillä on laskettu suorakulmaisia, vinoja, isotrooppisia ja anisotrooppisia laattoja. Isotrooppisen laatan yhtälössä on $E_x = E_y$, $\eta_x = \eta_y$ ja $G = E/2(1 + \eta)$. Isotrooppisen laatan yhtälö saa muodon

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{\varrho} \quad (2)$$

jossa

$$\varrho = \frac{Ed^3}{12(1 - \eta^2)}$$

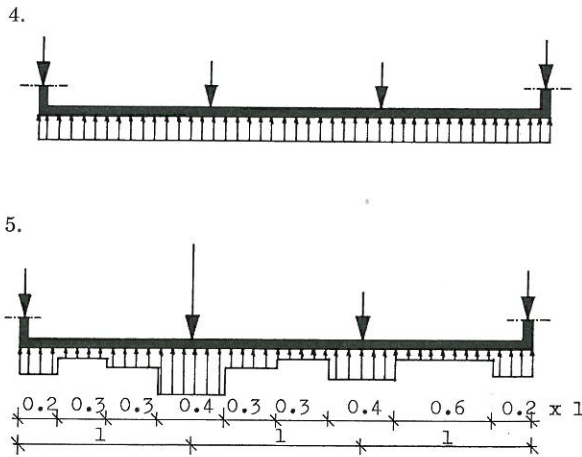
2.2 Pohjapaineen jakautuminen on tunnettu

Jos pohjapaine oletetaan tunnetuksi, tehtävä muuttuu tavalliseksi laattatehtäväksi. Tällöin oletetun pohjapaineen tulee täyttää koko laataston ja osa laattojen tasapainoehdot mahdollisimman hyvin. Pohjapaineen voidaan symmetrisissä pienissä laatastoissa olettaa tasaisesti jakautuneeksi (kuva 4). Monimutkaisemmissa tapauksissa, joissa viiva- ja piste-kuormien suuruudet vaihtelevat, pohjapaineen jakautuminen voidaan määrätä kokemusta hyväksi käyttäen (kuva 5). Tällöin kuitenkin laskennan tuloksena saatuja piste- ja viiva-kuormia tulee verrata lähtöarvoihin. Jos erot ovat suuret, pohjapaineen jakautumista pitää korjata ja suorittaa laskeminen uudelleen.

2.3 Pohjapaineen jakautuminen riippuu laatan muodonmuutoksista.

2.31 Lineaarinen riippuvuus

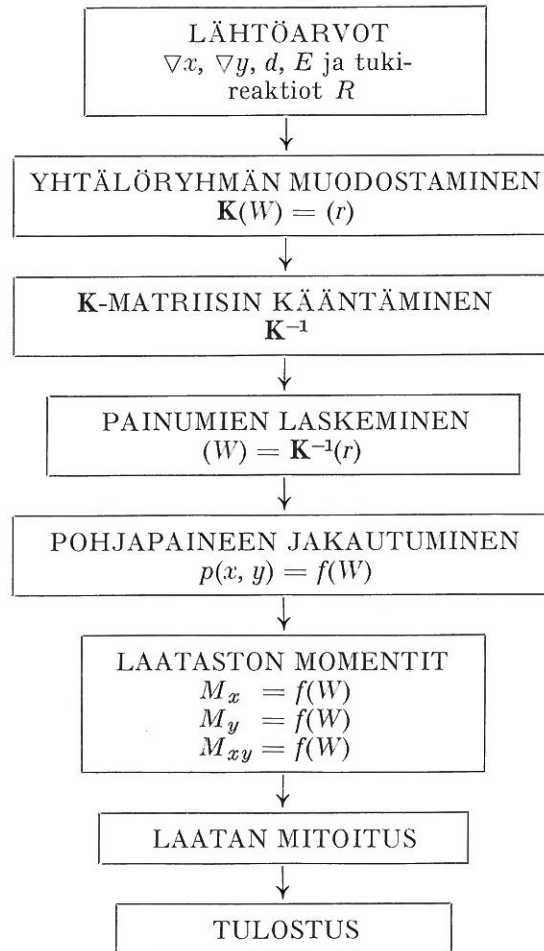
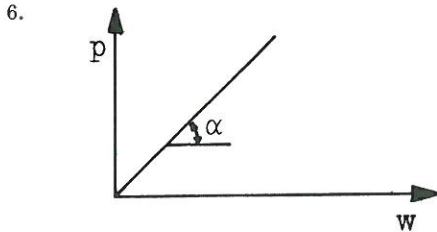
Alustalukumenetelmän mukaisesti otaksutaan, että $p(x, y) = k \cdot w(x, y)$. Tällöin maan jännitys-kokoonpuristumakäyrä on suora ja maan otaksutaan noudattavan Hooken lakia.



Kuva 4. Tasaisesti jakautunut pohjapaine.

Kuva 5. Otaksuttu pohjapaineen jakautuminen.

$k = tg \alpha \cdot n$, jossa n on kerroin, jolla korjataan teräsbetoni-laatan kimmoiset muodonmuutokset vastaamaan todellisia muodonmuutoksia (kuva 6).



2.32 Epälineaarinen riippuvuus

Otaksutaan, että $p(x, y) = a_n w^n + a_{n-1} w^{n-1} + \dots + a_1 w$. Tällaisessa tapauksessa laatta-yhtälöä ei voida ratkaista suljetussa muodossa, mutta iteroimismenettelyllä päästään tehtävän ratkaisuun. Kirjoitetaan yhtälö muotoon

$$p(x, y) = k \cdot w(x, y)$$

$$k = (b_{n-1} w_b^{n-1} + \dots + b_1 w_b + b) \cdot n$$

Ensimmäisellä iteroimiskierroksella annetaan w_b :lle esimerkiksi arvo nolla. Seuraavilla kierroksilla annetaan w_b :lle edellisellä kierroksella laskettu arvo w .

2.4. Esimerkki peruslaatan laskemisesta differenssimenetelmällä

2.41 Yleistä

Seuraavassa tarkastellaan yksinkertaisen pilarianturan laskemista differenssimenetelmällä (kuva 7). Yhtälöryhmä on samanmuotoinen myös suurempien laatastojen ollessa kysymyksessä. Laskennan kulusta voidaan esittää seuraava karkea systeemikaavio.

2.42 Lähtöarvot

Välttämättömät lähtöarvot ovat laataston geometriset tiedot ∇x , ∇y ja d sekä joko pohjapaineen jakautuminen tai pilari- ja seinäkuormat eli tukireaktiot R . Tässä esimerkissä oletetaan, että pohjapaine on riippuvainen laatan muodonmuutoksista, joten tietokoneelle tulee geometristen tietojen lisäksi antaa tukipisteet ja tukireaktiot. Tämän lisäksi voidaan tehdä ohjelma yleisemmäksi antamalla lähtöarvoina muita parametreja, esim. E , n , funktio $p(x, y) = f(w)$ jne.

2.43 Yhtälöryhmän muodostaminen

Differenssiyhtälöjä saadaan yhtä monta kuin verkossa on solmupisteitä. Tietokone laskee K -kertoimet sille ohjelmoiduista kaavoista $K = f(\nabla x, \nabla y, R$ ja reunaehdot). \mathbf{K} -matriisi on kuvan 8 mukainen nauhamatriisi.

2.44 Painumien laskeminen

\mathbf{K} -matriisin käänteisarvoa hyväksikäyttäen painumat W voidaan laskea kaavasta $(W) = \mathbf{K}^{-1}(r)$. Suurin tietokonetyö on matriisin \mathbf{K} kääntämisessä, joten eri kuormitustilojen käsittely hoidetaan parhaiten samalla matriisin kääntämisellä seuraavasti

$$\begin{aligned}(W_1) &= \mathbf{K}^{-1}(r_1) \\ (W_2) &= \mathbf{K}^{-1}(r_2) \text{ jne.}\end{aligned}$$

2.45 Pohjapaineen jakautuminen

Pohjapaineen jakautuminen lasketaan osassa 2.3 esitettyjen lausekkeiden mukaisesti. Pohjapaineen arvot voidaan tulostaa jo tässä vaiheessa.

2.46 Laataston momentit

Momentit M_x , M_y ja M_{xy} lasketaan momenttien differenssilausekkeista

$$\begin{aligned}(M_x) &= \mathbf{K}_m(W) \\ (M_y) &= \mathbf{K}_{my}(W) \\ (M_{xy}) &= \mathbf{K}_{mxy}(W)\end{aligned}$$

Mikäli ohjelmaan ei ole kytketty mitoitusohjelmaa, laskenta lopetetaan tähän ja lopputuloksena tulostetaan laataston momentit.

2.47 Laatan mitoitus

Laatta mitoitetaan teräsbetoniopin mitoitussääntöjen mukaan. Tässä osassa tietokoneen tulee tarkistaa myös leikkausjännitykset etenkin pilarien läpileikkaantumista silmällä pitäen.

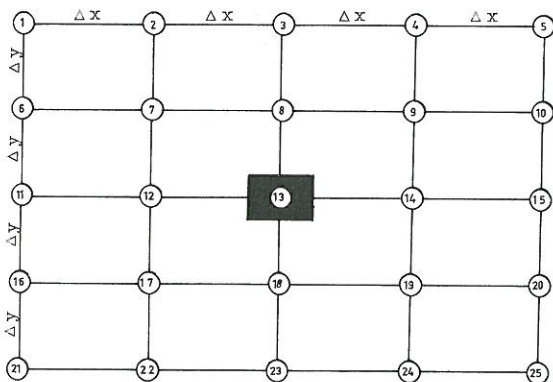
2.48 Tulostus

Tietokone ilmoittaa terästen ja betonin jännitysten maksimiarvot sekä tarvittava teräsmäärä eri pisteissä. Lisätietoina voidaan tulostaa terästen pituudet ja taivutukset, teräsmenekki, betonimenekki jne.

2.5 Toisen kertaluvun teoria

Edellisessä on pääasiassa käsitelty nk. ensimmäisen kertaluvun teorian mukaista eli Winkler-tyyppistä alustaa. Tällöin maanpinnan painuminen määräytyy pisteessä riippuen ainoastaan tämän pisteen kuormasta. Todellisuudessa maanpinta painuu kuorman vaikutuksesta jonkin verran myös viereisissä pisteissä ts. painumapinnan käyritys ja viereisten pisteiden kokonaispainumat vaikuttavat myös pisteessä syntyvän pohjapaineen suuruuteen. Siirryttäessä toisen kertaluvun teoriaan edellä esitettyä laskutapaa voidaan suoraan käyttää hyväksi, jos alustakertoimet k määritetään erikseen kussakin pisteessä huomioiden painumien riippuvuus toisistaan. Toisen mahdollisuus on esittää kuorman ja painumien välinen riippuvuus esim. samoissa pisteissä kuin laatan differenssiyhtälö.

7.



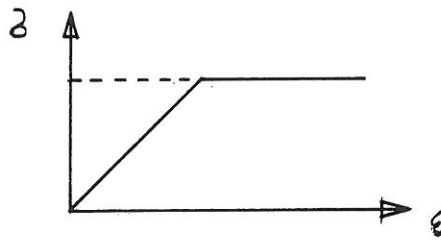
Kuva 7. Esimerkkinä oleva pilariantura

3. Murtotilaan perustuvat menetelmät

9

Teräsbetoni-laataston laskeminen murtovii-
vateorian mukaan ei ole niin suuritöinen kuin
kimmo-oppiin perustuva laskenta. Täten on
murtotilaan perustuva tarkastelu sovelias
erityisesti käsilaskentaan. Plastisessa tilassa
yleensä oletetaan, että teräs ja betoni nou-
dattavat kuvan 9 mukaista jännitysten ja
muodonmuutosriippuvuutta. Jännityksen yli-
tettyä myötörajan se jää vakioksi muodon-
muutosten kasvaessa. Kun muodonmuutokset
ovat kasvaneet riittävän suuriksi, kaikissa
murtoviivoissa on syntynyt vakiomurtomo-
mentti. Tällöin määrätään murtokuorma työ-
yhtälöistä.

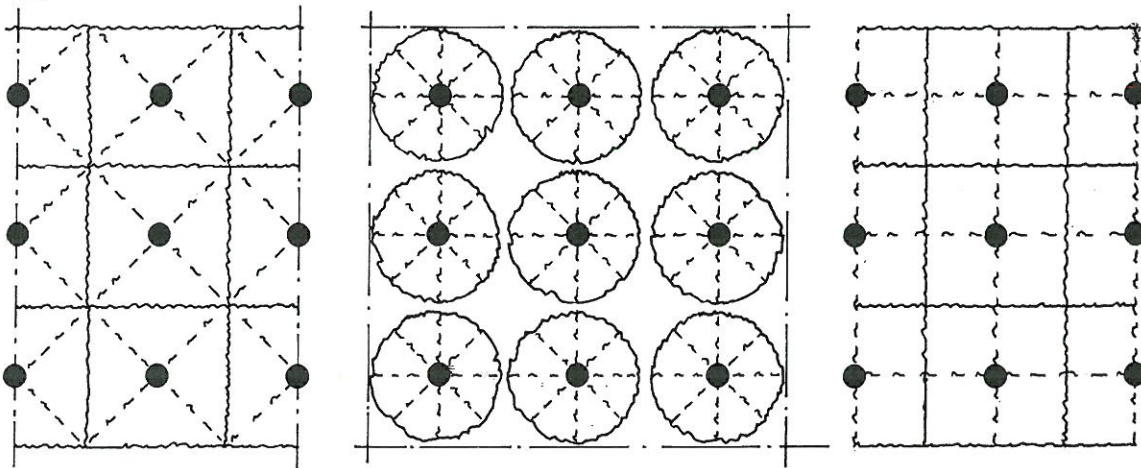
Murtotilaan perustuvat menetelmät sovel-
tavat nähdäkseni sellaisiin tapauksiin, joissa
maapohja todellakin myötää siinä määrin,
että murtuminen voi tapahtua ilman, että
pohjapaineen jakautuminen sanottavasti
muuttuu. Näissä tarkasteluissa pohjapaine
oletetaan määrättyllä tavalla jakautuneeksi ts.
muodonmuutoksista riippumattomaksi. Täl-
lainen maapohja on esimerkiksi savi- ja ko-
heesiomaat. Kuva 10 osoittaa, millaisia murto-
kuvioita murtoviivamenetelmän mukaan tu-
lee tarkistettaviksi.



Kirjallisuutta

- Barres-Massonet*, Analysis of Beam Grids and Ortho-
tropic Plates, London 1968.
*Criteria for Selection and Design of Residential Slabs-
on-Ground*, Washington 1968.
Dunham, Advanced Reinforced Concrete, New York
1964.
Flächengründungen und Fundamentsetzungen, Berlin
1959.
Jenkins, Matrix and Digital Computer Methods in
Structural Analysis, London 1969.
Nylund, Rakenteiden mekaniikan kerhon esitelmä,
1968.
Sawczuk-Jaeger, Grenztragfähigkeits-Theorie der Plat-
ten, Berlin 1963.
Kany, Berechnung von Flächengründungen, Berlin
1968.
Stig Nylund, dipl.ins., Ins.tsto H. Kakko.

10.



Kuva 9. Kimmoisen ideaaliplastisen aineen jännitys-
muodonmuutoskäyrä.

Kuva 10. Kolme kinemaattisesti hyväksyttävää pila-
rilaataston murtoviivakuvioita.