

# TIIVEYDEN VAIKUTUS KAIRAUSVASTUKSEEN KITKAMAALAJEISSA

K.-H. KORHONEN — M. TAMMIRINNE

*Rakenteiden Mekaniikka* Vol. 2 No. 3 1969 ss. 103—110; Kustannusosakeyhtiö Rakennustekniikka, Helsinki

**Yhteenveto:** Kirjoituksessa on käsitelty Valtion teknillisen tutkimuslaitoksen geoteknillisen laboratorion suorittamia koekairauksia, jotka tehtiin laboratorio-olosuhteissa kuvan 1 mukaisessa tynnyrissä. Tutkimukset suoritettiin painokairalla, kevyellä heijarikairalla sekä hollantilaisella puristinkairalla (kuva 2). Tutkimuksessa käytettiin kahta maalajia (233 ja 237), joiden rakeisuudet on esitetty kuvassa 3. Tulosten perusteella voidaan todeta:

- Tutkittavan maalajin tiivistäminen koetynnyriin siten, että tiiveys olisi yhtä suuri pohja- ja pintakerroksissa osoittautui erittäin vaikeaksi. Koetuloksissa (kuva 6—11) esiintyvä hajonta aiheutuu mm. tynnyriin tiivistetyn maalajin epähomogeenisuudesta (syvyysuunnassa) ja lisäksi siitä, että maakerroksen ja kairan tangon välistä kitkaa ei ole voitu ottaa huomioon.
- Maalajien tiiveyden mittana on käytetty huokoisuutta (kuvat 6—9). Kairausvastuksen riippuvuus tiiveydestä on pyritty selittämään ns. vastusparametrin ( $W/p_0$ ) avulla. Kuvista 6—8 käy ilmi, että tämä parametri kasvaa huokoisuuden pienentyessä ja lisäksi, että vuorosuhde riippuu myös maalajin rakeisuudesta ja todennäköisesti myös rakeiden muodosta ja muista geoteknisistä ominaisuuksista. Kuvissa esiintyvistä hajonnasta huolimatta voidaan todeta, että em. parametri on ilmeisesti tärkein kairausvastuksen »selittäjä» ja että kairausvastuksen perusteella voidaan määrittää kitkamaalajien tiiveyden suuruusluokka.
- Kuvissa 9—11 on esitetty kairausvastuksen ja ödometrikokeen perusteella määritetyn tangenttimoduulin välinen vuorosuhde. Tangenttimoduuli on laskettu kaavan (2) avulla siten, että jännitykselle on käytetty ko. syvyydessä valitsevan tehokkaan jännityksen arvoa ( $p_0$ ). Kuvien perusteella voidaan todeta, että tangenttimoduuli kasvaa kairausvastuksen lisääntyessä ja että myös tämä vuorosuhde riippuu selvästi maalajin rakeisuudesta.
- Laboratorio-olosuhteissa suoritettavat kokeet ovat olleet alustavia. Niiden perusteella on todettu, että jatkokäytöksissä, jotka geoteknillinen laboratorio on jo aloittanut, on kiinnitettävä erityistä huomiota tutkittavien maalajien tiiveyteen ja sen mittaamisessa käytettävien menetelmien luotettavuuteen.

Kitkamaalajien geotekniset ominaisuudet riippuvat lähinnä maalajin rakenteellisesta tiiveydestä. Luonnontilaisten näytteiden ottaminen kitkamaalajeista on käytännöllisesti katsoen mahdotonta. Tämän vuoksi rakenteellinen tiiveys arvioidaan tavallisesti rakennuspaikalla tehtävien kairauksen perusteella. Ylimpien maakerrosten tiiveyden mittaaminen on mahdollista mm. volymetrillä ja radioaktiivisilla menetelmillä. Näillä menetelmillä ei kuitenkaan voida mitata syvälle ulottuvien kerrosten tiiveyttä. Kitkamaalajien lujuus- ja painumisominaisuuksien määrittäminen rakennuspaikalla (in situ) on mahdollista myös ns. rasiakairan avulla (Helenelund 1965). Tämä kaira on kuitenkin vielä kokeiluasteella ja sen avulla voidaan mitata vain ylimpien maakerrosten ominaisuudet. Erilaiset kairat (paino-, heijari-, jne. kaira) ovat, ja tulevat vastaisuudessaakin olemaan, tärkeimmät rakenteellisen tiiveyden arvioimiseen käytettävät menetelmät.

Kairaustuloksia arvioidaan nykyisin lähinnä kokemuksen perusteella kehittyneen »sormituntuman» avulla. Pohjatutkimusten suorittajat eivät yleensä halua perustella (eivätkä ilmeisesti aina siihen pystykään) kairaustulosten »tulkinnassa» käyttämiään »kriteerioita». Pohjatutkimustulosten tulkitsemisessä sovellettujen epämääraisten ja usein myös virheellisten kriteerioiden johdosta geotekniikka on muodostumassa, varsinkin tähän alaan perehtymättömien mielestä »salatieteeksi». Kairaustulosten tulkitsemiseen sovellettujen menetelmien kehittämistä on pidettävä yhtenä tärkeimpänä alan tutkimuskohteena lähivuosien aikana. Kairausvastuksen ja rakenteellisen tiiveyden välistä vuorosuhdetta ovat useat tutkijat (mm. Kahl 1955, Melzer 1968, Meyerhoff 1956, Menzenbach 1959, Schubert 1955, Sparmann 1963 jne.) pyrkineet selvittämään laboratorioissa ja todellisissa olosuhteissa maastossa. Näissä tutkimuksissa on käytetty pääasiallisesti sellaisia välineitä (puris-

tinkaira, Standard penetration test), jotka eivät ole yleisessä käytössä Suomessa eikä sanottavasti muissakaan Pohjoismaissa. Koska painokaira todennäköisesti tulee edelleen olemaan yleisin pohjatutkimusväline maasamme, Valtion teknillisen tutkimuslaitoksen geoteknillinen laboratorio on pyrkinyt selvittämään painokairausvastuksen ja rakenteellisen tiiveyden väliseen vuorosuhteeseen vaikuttavia tekijöitä. Tutkimukset on suoritettu laboratoriossa tarkoitusta varten valmistetussa koetyynyssä. Tutkimuksia on tehty lisäksi puristinkairalla ja ns. kevyellä heijarikairalla (DIN 4094, 1960).

### Kairaukset

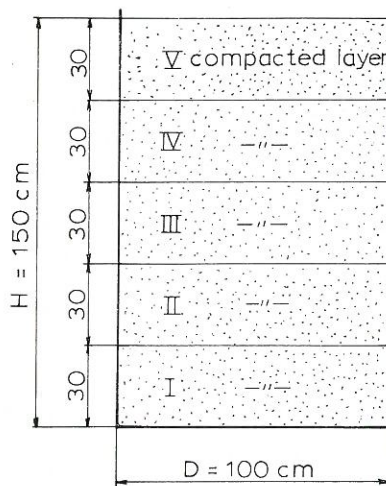
Kairaukset suoritettiin tynnyrissä, jonka mitat on esitetty kuvassa 1. Tutkittava maalaji tiivistettiin tynnyriin viitenä kerroksena. Kuhunkin kerrokseen sullottava maamäärä punnittiin etukäteen. Kerrokset pyrittiin tiivistämään mahdollisimman homogeenisiksi ja samaan tiiveyteen. Jokaisessa eri tiiveyteen täytetyssä tynnyrissä suoritettiin seitsemän kairaus: viisi painokairalla, yksi puristinkairalla ja yksi kevyellä heijarikairalla. Tutkimuspisteessä 5 (kuva 1) painokairaa kierrettiin koneellisesti. Kairaukset suoritettiin maakerrosten päälle asetetun rei'itetyn teräslevyn lävitse. Painokairaukset tehtiin Suomen Geoteknillisen Yhdistyksen (SGY, 1968) kairausoppaan mukaisesti. Puristinkairaukset suoritettiin hollantilaisella kairalla, jonka kärjen poikkileikkauksen pinta-ala on  $10 \text{ cm}^2$  ja kärkikulma  $60^\circ$ . Kevyt heijarikaira oli DIN 4094 mukainen. Tämän kairan kärjen poikkileikkauksen pinta-ala on  $5 \text{ cm}^2$  ja kärkikulma  $90^\circ$ . Kairassa käytettiin painokairan tankoja ( $\varnothing = 22 \text{ mm}$ ). Kairojen kärkiosat on esitetty kuvassa 2.

Painokairan kärjen syvyys mitattiin 5—10 puolikierroksen välein. Kevyen heijarikairauksen yhteydessä mittaukset tehtiin vastaavasti 5—10 lyönnin välein. Puristinkairan kärkivastus mitattiin keskimäärin 15 cm:n välein. Kairaukset suoritettiin kuvan 1 mukaisessa järjestyksessä. Kuvassa 5 on esimerkki kairaustuloksista.

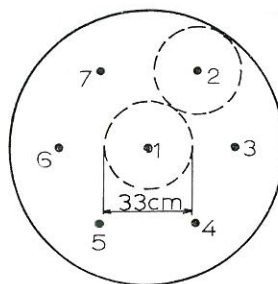
### Maalajit

Kairauksia suoritettiin kahdessa maalajissa, joiden rakeisuuskäyrät on esitetty

1  
a.



b.



- 1-4 Swedish weight sounding
- 5 Motorized Swedish weight sounding
- 6 Static penetrometer sounding
- 7 Light ram sounding

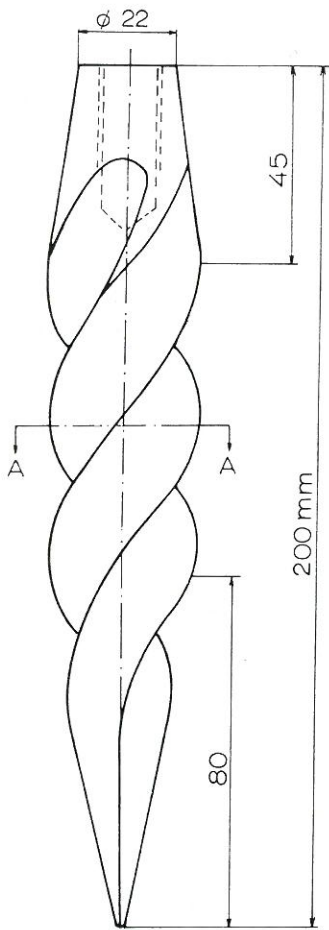
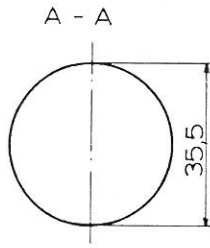
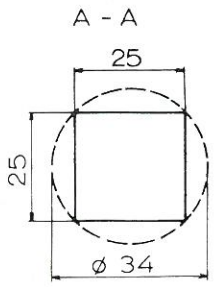
Kuva 1. Koetyynyri

Fig. 1. Test barrel

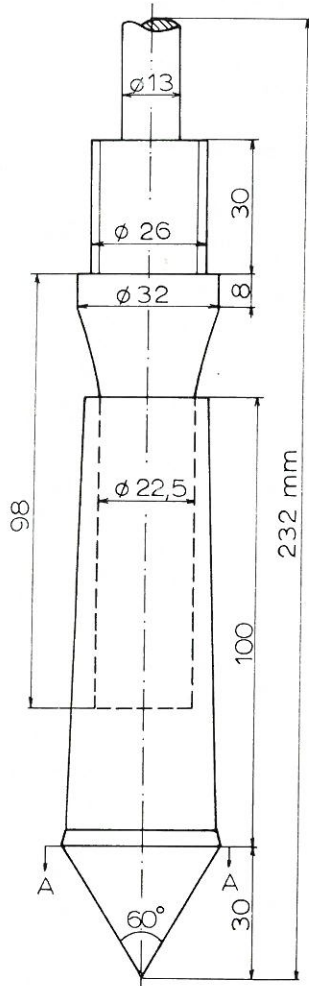
Kuva 2. Tutkimuksessa käytettyjen kairojen kärjet

Fig. 2. Cones of sounds used in the research

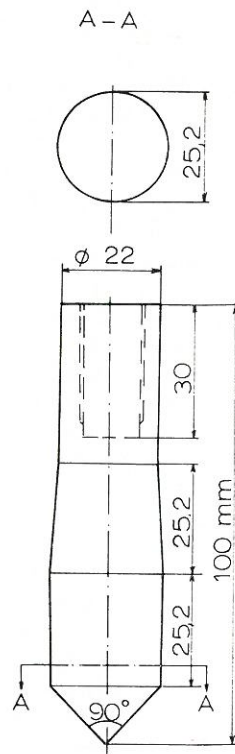
2



Cone of Swedish weight sound



Cone of static penetrometer



Cone of light ram sound

Lab. n:o	d <sub>50</sub> mm	U <sub>1</sub> = d <sub>60</sub> /d <sub>10</sub>	U <sub>2</sub> = d <sub>20</sub> <sup>2</sup> /d <sub>10</sub>	Ominais- paino Specific gravity γ <sub>s</sub> g/cm <sup>3</sup>	Huokosluku Void ratio		Huokoisuus Porosity		Maalaji Soil	
					e <sub>max</sub>	e <sub>min</sub>	n <sub>max</sub> %	n <sub>min</sub> %	RT	AC
233	0,55	2,60	0,80	2,65	0,860	0,531	46,3	34,6	Hk	SP
237	0,20	1,57	1,05	2,65	0,874	0,556	46,6	35,7	htHk	SP
Melzer	0,55	2,42	0,94	2,66	0,772	0,438	43,6	30,4	Hk	SP

kuvassa 3. Koska tuloksia on verrattu Melzerin (1968) Aachenin teknillisessä korkeakoulussa suorittamien tutkimusten tuloksiin, on kuvassa esitetty myös Melzerin käyttämän maalajin rakeisuuskäyrä. Maalajien luokitteluominaisuudet on esitetty taulukossa 1.

Maalaji 233 on rantakerrostumasta otettua hiekkaa, josta on poistettu pienimmät ja suurimmat rakeet. Se on pääasiallisesti kvartssia ja maasälpää. Rakeet ovat osittain särkikkäitä ja osittain pyöreäsärmäisiä. Maalaji 237 on hankittu Tanskasta, ja se on ns. dyynihiekkaa. Tanskan geoteknillinen instituutti on käyttänyt tätä maalajia (G-12) erilaisiin koetarkoituksiin, joten sen geotekniset ominaisuudet tunnetaan perusteellisesti. Maalaji on käytännöllisesti katsoen kokonaan kvartssia, ja sen rakeet ovat pyörityneitä. Melzerin käyttämän hiekan rakeet ovat sitä vastoin särkikkäitä.

Maalajin kokoonpuristuvuusominaisuudet tutkittiin ödometrissä, jossa näytteen korkeus oli 45 mm ja halkaisija 113 mm. Kuvassa 4 on esitetty maalajin 233 koetulokset. Tangenttimoduuli (kuva 4 b) laskettiin tietokoneella kaavan (1) avulla (Ohde 1939).

$$(1) \quad \begin{cases} \varepsilon = a p^k + C \\ E'_t = v p^\omega \end{cases}$$

$\varepsilon$  = suhteellinen painuma, relative settlement

$p$  = kuormitus, kp/cm<sup>2</sup>, load

$a$  = painumaluku, settlement number

$k$  = painumaekspONENTTI, settlement exponent

$E'_t$  = tangenttimoduuli, kp/cm<sup>2</sup>, tangent modulus

$v$  = moduuliluku, modulus number

$\omega$  = moduuliekspONENTTI, modulus exponent

$C$  = vakio, constant

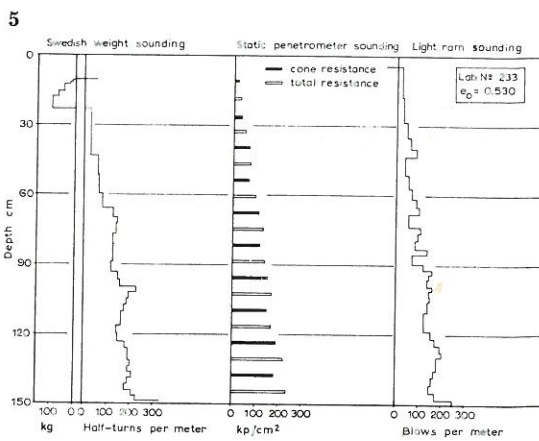
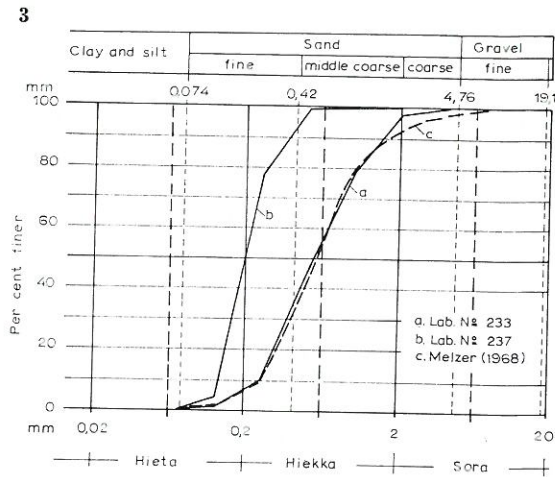
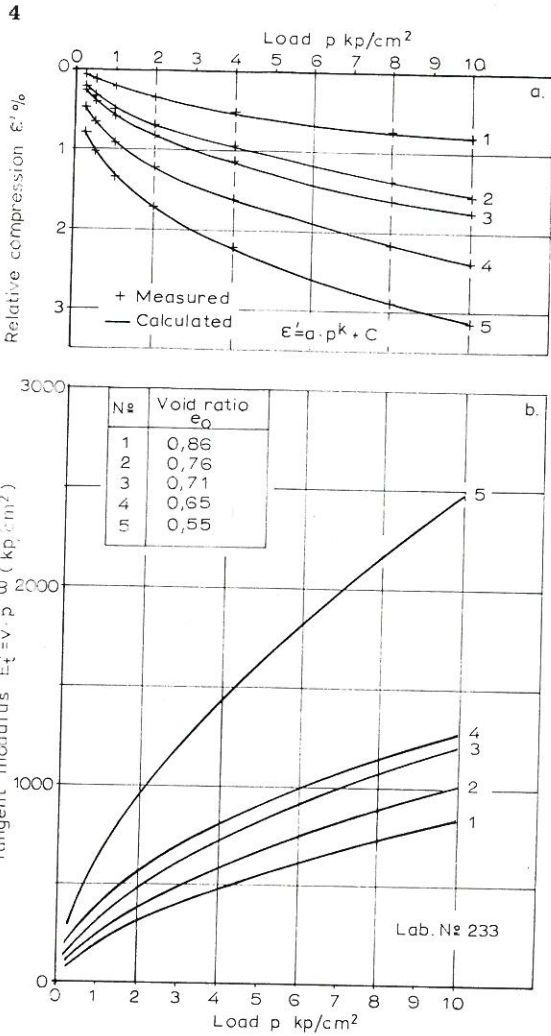
Taulukko 1. Koemaalajien luokitteluominaisuudet. RT = Suomen rakennusteknillinen maalajiluokitus. AC = Unified Soil Classification System.

Table. 1. Classification properties of test soils. RT = Finnish soil classification system pertinent to structural engineering. AC = Unified Soil Classification System.

### Kairausvastus

Kairaustuloksia käsiteltäessä otettiin huomioon seuraavissa syvyyksissä mitatut kairausvastukset: 20, 40, 50, 70, 80, 100, 110 ja 130 cm. Em. syvyydet pyrittiin määrittämään siten, että tiivistämisestä aiheutuvat virheet olisivat mahdollisimman pieniä, sillä mittauksen perusteella todettiin tiiveyden poikkeavan kerrosten rajapinnoissa (kuva 1) tynnyriin sulloin maalajin keskimääräisestä tiiveydestä. Alimmasta kerroksesta (I) jätettiin tarkastelun ulkopuolelle 20 cm:n paksuinen pohjakerros, koska todettiin, että tynnyrin pohja vaikuttaa selvästi tämän kerroksen (20 cm) kairausvastukseen. Vastavasti jätettiin käsittelyn ulkopuolelle ylin, 20 cm:n paksuinen kerros, jossa painokaira tavallisesti painui kiertämättä (kuva 5). Painokairauspiirustuksia vertaamalla todettiin, että kairausvastus oli samalla syvyydellä tynnyrin eri kohdissa (pisteet 1—4) likipitään yhtäsuuri. Määrävänä painokairauksena pidettiin kuitenkin tynnyrin keskipisteessä suoritettua kairausa. Em. perusteella voidaan päätellä, että tynnyriin sulloin maalajin tiiveys (huokoisuus) oli tietyllä syvyydellä kaikkien tutkimuspisteiden (1—7) kohdalla todennäköisesti likipitään yhtäsuuri.

Kuvasta 5 käy ilmi, että kairausvastus lisääntyy tiiveydeltään likipitään homogeneeni-



Kuva 3. Koemaalajien rakeisuuskäyrät

Fig. 3. Gradation curves of test soils.

Kuva 4. Maalajien kokoonpuristuvuusominaisuudet määritettiin ödometrin avulla.

a) Suhteellisen painuman ja kuormituksen vuorosuhde. b) Kuormituksen ja tangenttimoduulin vuorosuhde.

Fig. 4. Compressibility properties of the soils were determined with oedometer. a) Relation between relative settlement and load. b) Relation between load and tangent modulus.

Kuva 5. Painokairan, puristinkairan ja kevyen heijarikairan kairausvastus. Tynnyriin sullotun maalajin tiiveydessä esiintyy epähomogeenisuutta syvyysuunnassa. Kevyen heijarikairan »heijarin» paino oli 10 kp ja pudotuskorkeus 50 cm.

Fig. 5. Sounding resistance of Swedish weight sound, static penetrometer and light ram sound. The density of the soil compacted into the barrel is non-uniform and varies with the depth. The weight of the »hammer» of the light ram sound was 10 kp and the height of fall 50 cm.

nessa maakerroksessa syvyyden kasvaessa. Selvimmin tämä tulee esille puristinkairan vastuksessa. On siis ilmeistä, että kärjen syvyys vaikuttaa oleellisesti kairausvastukseen rakeisuudeltaan ja tiiveydeltään muuttumattomassa maakerroksessa. Kun on edelleen ilmeistä, että kairausvastus riippuu myös maakerroksen jännitystilasta kärjen syvyydellä, vaikuttaa luonnolliselta, että ns. vallitseva tehokas jännitys ( $p_0$ ) valitaan yhdeksi kairausvastuksen »selittäjäksi» (parametriksi). On selvää, ettei em. parametri yksin riitä »selittämään» kairausvastusta rakeisuudeltaan ja tiiveydeltään homogeenisessakaan maakerroksessa, sillä kairan tan-

gon ja kärjen yläpuolella olevan maakerroksen välinen kitka jää huomiotta. Seuraavassa on lähdetty kuitenkin siitä olettamuksesta, että rakeisuudeltaan homogeenisen maakerroksen kairausvastus riippuu tiiveyden lisäksi vain kairan kärjen tasolla vallitsevasta jännityksestä.

$$(2) \quad W = f(p_o, n)$$

$W$  = kairausvastus, sounding resistance

$p_o = \gamma \cdot Z$  = vallitseva jännitys, prevailing stress

$Z$  = kärjen etäisyys maan pinnalta, distance of cone from soil surface

$\gamma$  = tehokas tilavuuspaino, effective unit weight

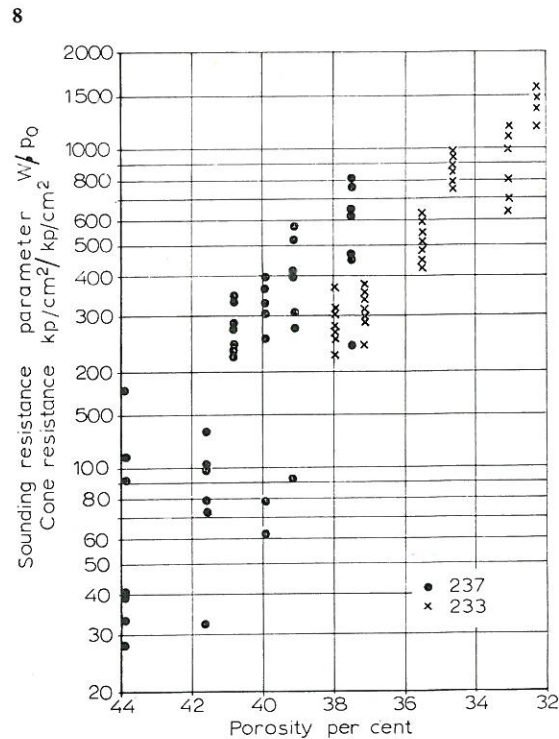
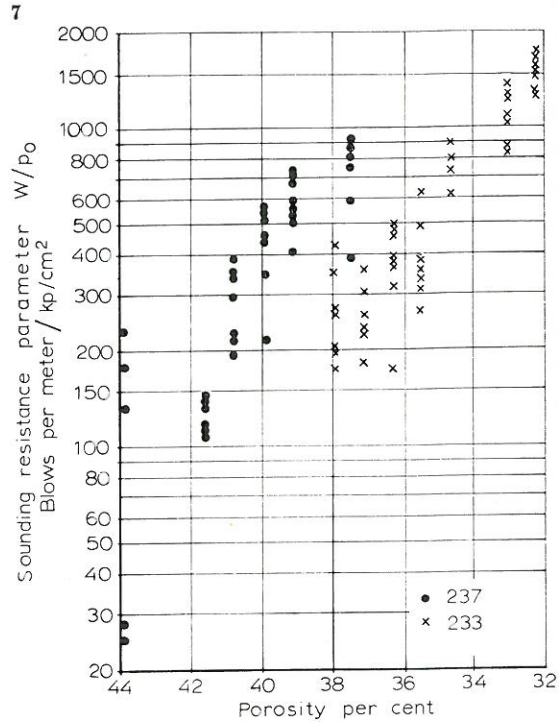
$n$  = huokoisuus, porosity

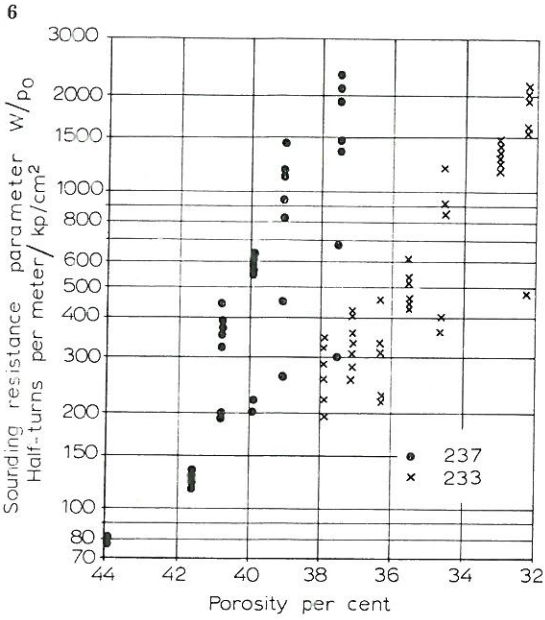
Maalajien tiiveyden »mittana» kaavassa (2) on huokoisuus. Tähän tarkoitukseen soveltuu luonnollisesti myös kuivatilavuuspaino, huokosluku tai ns. suhteellinen tiiveys. Kuvissa 6, 7 ja 8 on kaavan (2) vuorosuhde esitetty kairaus tulosten perusteella muodossa (3).

$$(3) \quad n = f\left(\frac{W}{p_o}\right)$$

$W/p_o$  = vastusparametri, resistance parameter

Kuvasta 6 käy ilmi, että painokairan vastusparametri kasvaa tiiveyden lisääntyessä (huokoisuuden pienentyessä) maalajissa 237 selvästi nopeammin kuin maalajissa 233. Rakeisuudella ja rakeisuuden muodolla on näin ollen selvä vaikutus kairausvastukseen. Kuvien 7 ja 8 perusteella voidaan tehdä kevyen heijarikairan ja puristinkairan osalta sama toteamus. Vastusparametrin ja huokoisuuden vuorosuhde (kuvat 6—8) esiintyy hajontaa. Tähän on nähtävästi syytä mm. se, että koetyynyriin sullotun maalajin tiiveys on vaihdellut syvyysuunnassa. Kuvia 6—8 piirrettäessä on otaksuttu, että maalajin tiiveys on riippumaton syvyydestä. On ilmeistä, että tiiveys on ollut tynnyrin pohjakerroksissa suurempi kuin pinnalla, koska tynnyrin ylimmissä kerroksissa mitatut vastusparametrit sijoittuvat em. kuvissa hajonta-alueen alareunaan. Hajonta lisääntyy yleensä huokoisuuden kasvaessa. Kuvien 6—8 perusteella voidaan kuitenkin todeta, että vastusparametri kasvaa likipitään





Kuva 6. Painokairan vastusparametrin ja huokoisuuden vuorosuhde.

Fig. 6. Relation between resistance parameter of Swedish weight sound and porosity.

Kuva 7. Kevyen heijarikairan vastusparametrin ja huokoisuuden vuorosuhde.

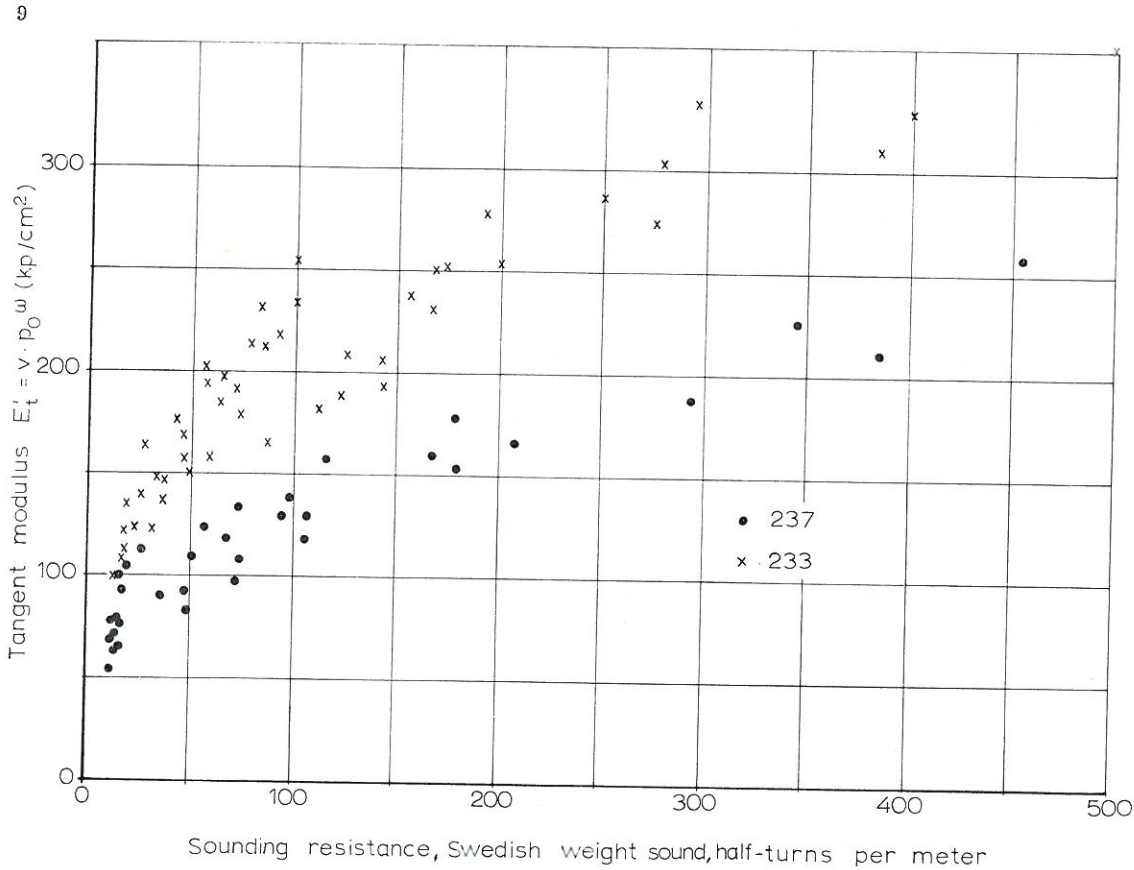
Fig. 7. Relation between porosity and resistance parameter of light ram sound.

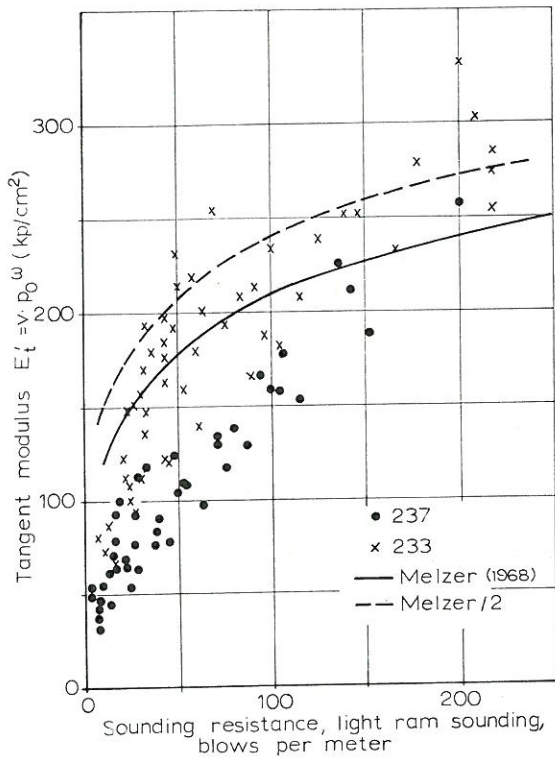
Kuva 8. Puristinkairan vastusparametrin ja huokoisuuden vuorosuhde.

Fig. 8. Relation between resistance parameter of static penetrometer and porosity.

Kuva 9. Painokairausvastuksen ja tangenttimodulin vuorosuhde.

Fig. 9. Relation between sounding resistance of Swedish weight sound and tangent modulus.

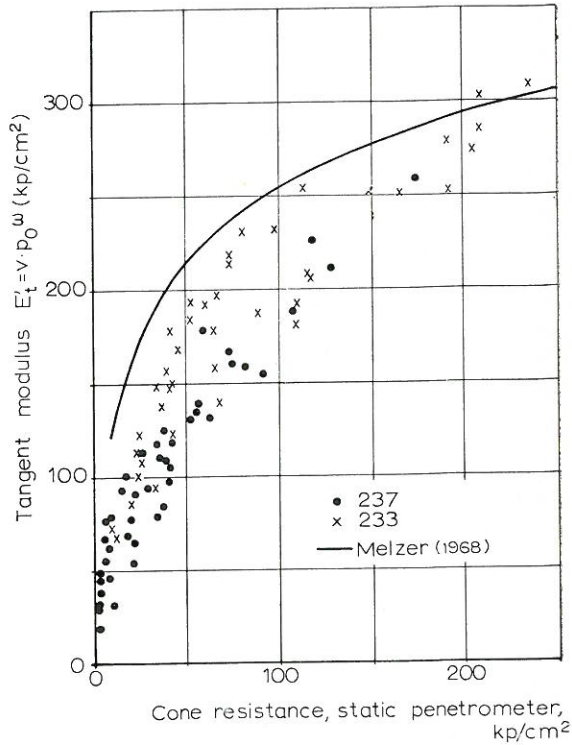




suoraviivaisesti (puolilogaritmisissa koordinaatioissa) huokoisuuden pienentyessä. Kuvissa esitetyjä tuloksia voidaan pitää vain suuntaa antavina, koska kairan tangon ja maakerroksen välistä kitkaa ei ole otettu huomioon. Tulokset osoittavat, että tiiveyden (huokoisuuden) suuruusluokka voidaan arvioida kairausvastuksen perusteella ja että kaavan (3) vastusparametri on ilmeisesti sopiva, mutta ei yksinään riittävä parametri tiiveyden ja kairausvastuksen välisen vuorosuhteen selittämiseen.

### Tangenttimoduuli ja kairausvastus

Ödometrikokeiden perusteella laskettiin tangenttimoduuli (kaava 1) eri syvyyksissä siten, että kuormitukselle käytettiin arvoa  $p_0 = \gamma' Z$ . Moduuliluvun ja eksponentin arvot interpoloitiin tynnyriin sullotun maallajin tiiveyteen. Kuvissa 9—11 on esitetty kairausvastuksen ja tangenttimoduulin vuorosuhde. Kuvien perusteella voidaan todeta, että moduuli kasvaa vastuksen lisääntyessä. Näyttää kuitenkin siltä, että kairausvastuk-



Kuva 10. Heijarikairausvastuksen ja tangenttimoduulin vuorosuhde.

Fig. 10. Relation between light ram sounding resistance and tangent modulus.

Kuva 11. Puristinkairausvastuksen ja tangenttimoduulin vuorosuhde.

Fig. 11. Relation between static penetrometer sounding resistance and tangent modulus.

sen perusteella voidaan arvioida vain tangenttimoduulin suuruusluokka ja että em. vuorosuhde riippuu myös maalajien rakeisuudesta ja rakeiden muodosta ja mahdollisesti myös muista ominaisuuksista. Kuviin 10 ja 11 on piirretty vastaavat vuorosuhteet myös Melzerin (1968) tutkimusten perusteella. Melzerin tutkimassa maalajissa tangenttimoduuli kasvaa selvästi hitaammin kairausvastuksen lisääntyessä kuin maalajeissa 233 ja 237. Kuvien 9—11 perusteella voidaan edelleen todeta, että tasarakeisessa, likipitään 50 % karkeata hietaa ja saman määrän hienoa hiekkaa sisältävässä maalajissa 237 tangenttimoduulin ja kairausvastuksen välinen vuorosuhde on yksikäsitteisempi kuin karkeampirakeisessa hiekassa 233.

# VANERIN RAKENNEVAKIOISTA

HEIKKI RAUTAKORPI

*Rakenteiden Mekaniikka* Vol. 2 No. 3 1969 ss. 111—117; Kustannusosakeyhtiö Rakennustekniikka, Helsinki

**Yhteenveto:** Artikkelissa käsitellään vaneria kerroksellisen pintarakenteena, jonka yksityiset kerrokset oletetaan homogeenisiksi, ortotrooppisiksi laatoiksi. Liimauksen vaikutuksesta nämä toimivat yhdessä muodostaen rakenteen, jonka staattisille suureille voidaan johtaa lausekkeet viilujen lukumäärän, paksuuden ja kimmoisten ominaisuuksien funktiona. Artikkelissa esitetään kaavat vanerin jäykköysvakioille ja vastusvakioille sekä tarkastellaan koordinaatiston kierron vaikutusta jäykköysvakioihin. Käytännön sovellutusten kannalta tyydytään vain viittaamaan lähteeseen [5], missä on käsitelty koivuvanerin kimmo- ja lujuusominaisuuksia esitetyn kerroksellisen rakennemallin pohjalta.

## Kirjallisuutta

- DIN 4094. 1960. Baugrund; Ramm- und Drucksondiergeräte; Abmessungen und Arbeitsweise. Berlin.
- Kahl, H., Derzeitiger Stand des Spitzendruck-Sondierverfahrens. Fortschr. und Forschungen im Bauwesen, Ser. D., No. 25, Teil II, Grundbau. Stuttgart 1955.
- Kahl, H. und Muhs, H., Über die Untersuchung des Baugrundes mit einer Spitzendrucksonde. Bau-technik, Nr. 4. Berlin 1952.
- Melzer, K. J., Sondenuntersuchungen in Sand. Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswasserbau und Bodenmechanik der Technischen Hochschule Aachen, H. 43. Aachen 1968.
- Meyerhoff, G., Penetration Tests and Bearing Capacity of Cohesionless Soils. Soil Mech. and Found. Div. Newsletter. Amer. Soc. Civ. Engng., Vol. 82. Ann Arbor 1956.
- Menzenbach, E., Die Anwendbarkeit von Sonden zur Prüfung der Festigkeitseigenschaften des Baugrundes. Köln-Opladen 1959.
- Ohde, J., Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. Der Bauingenieur, H. 33/34. Berlin 1939.
- Schubert, K., Beitrag zur brauchbaren Bestimmung von Kennwerten für sandigen Baugrund durch Rammsondierung (Diss.) TH Dresden 1955.
- Sparmann, H., Die leichte Rammsonde. Deutsche Bauakademie Schriftenreihe Verkehrs- und Tiefbau. Berlin 1963.
- SGY 1968. Kairausopas I. Painokairaus. Pisto- ja lyöntikairaus. Heijarikairaus. Helsinki.
- Kalle-Heikki Korhonen, professori, VTT:n geoteknillinen laboratorio, Otaniemi
- Markku Tamminen, dipl.ins., VTT:n geoteknillinen laboratorio, Otaniemi

## 1. Johdanto

Vaneri on yleisnimitys, jolla ymmärretään puuviiluista kokoonliimattua rakennetta. Tässä esityksessä rajoitutaan kuitenkin vain tavallisimpaan vanerityyppiin, ns. ristivaneriin. Sen rakenteeseen palataan tarkemmin kohdassa 4.

Vaneria on usein pidetty homogeenisena aineena, jonka ominaisuudet ovat erilaiset pintaviilujen syiden suuntaan ja kohtisuoraan pintaviilujen syiden suuntaa vastaan. Tämä oletamus on tietenkin likimääräinen ja soveltuu huonosti tapauksiin, joissa käsitellään tavallista useampia vanerin paksuuksia. Tällöin on helpompaa lähteä siitä ajatuksesta, että vaneri sinänsä on tietty laattamainen rakenne, jonka rakennevakiot voidaan johtaa lähtien yksityisen viulun kimmoisista ominaisuuksista. Seuraavassa tarkastellaan tällaisen kerroksellisen rakenteen toimintaa lineaarisen kimmoteorian pohjalta.

## 2. Ortotrooppisen laatan jäykköysmatriisit

Tarkastellaan ortotrooppista laattaa, jonka keskitaso yhtyy suorakulmaisen koordinaatiston  $xy$ -tasoon ja  $x$ - ja  $y$ -akselit ovat ortotrooppisen aineen pääakselien (ns. ortotropia-akselien) suuntaiset. Hooken lain mukaan laatan mielivaltaisen alkion jännitystila voidaan silloin esittää matriisiyhtälöillä

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{44} & 0 \\ 0 & e_{55} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (2)$$

joissa merkinnät  $e_{ij}$  tarkoittavat ortotrooppisen aineen kimmovakioita. Oletetaan, että nämä ovat  $z$ :n funktioita, mutta laatta on kimmoisilta ominaisuuksiltaan symmetrinen