

KAKSIAKSELISESTI EPÄKESKISEN NORMAALIVOIMAN KUORMITTAMAN TERÄSBETONIPILARIN KANTOKYKY

PEKKA KANERVA ja ESKO KASTARINEN

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 2 No. 2 1969 ss. 52—70;
Kustannusosakeyhtiö Rakennustekniikka, Helsinki

Yhteenveto: Tutkimuksessa on määritetty teoreettisesti kaksiakselisesti epäkeskisen normaalivoiman kuormittaman suorakaiteenmuotoisen teräsbetonipoikkileikkauksen kantokyky. Betonin muodonmuutoslakina on käytetty eksponenttifunktiota. Murtumisen kriteerioiksi on otettu betonille sallittu suurin puristuma ja teräksen suurin sallittu venymä.

Saadut tulokset on esitetty vuorovaikutuspintoina, joita on kuvattu käyrästöillä. Teoreettisesti saatuja murtokuormia on verrattu muualla kokeellisesti saatuihin. Tutkimuksen perusteella on laadittu esitettyihin käyrästöihin perustuva mitoitusohje, jota käyttäen on todettu saavutettavan huomattavaa säästöä pilarin ainemenekissä.

Artikkelia suositetaan teräsbetonirakenteiden mitoituksesta kiinnostuneiden sekä käytännössä näitä rakenteita mitoittavien henkilöiden luettavaksi.

1. Johdanto

Lineaarisen kimmoteorian mukaan kaksiakselisesti epäkeskinen normaalivoima aiheuttaa pilarin nurkassa suuren jännityksen. Jos mitoitus suoritetaan sallittujen jännitysten perusteella, joudutaan käyttämään suuria pilarin poikkileikkausmittoja.

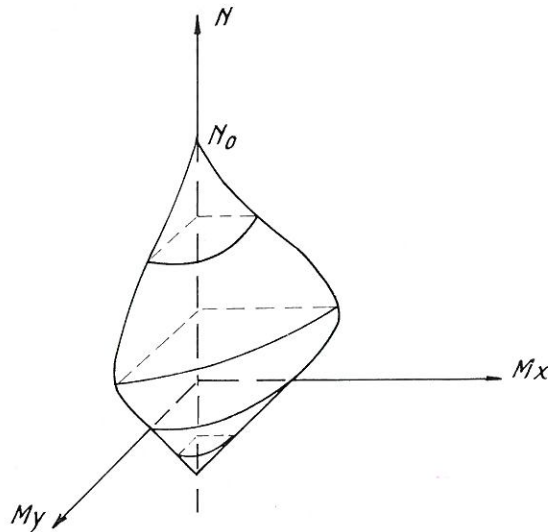
Tässä tutkimuksessa on pyritty määrittämään teräsbetonipilarin murtokuorma epälineaarista teoriaa käyttäen ja johtamaan murtokuorman määrittämiseen perustuva mitoitusmenetelmä.

Tutkimus on teoreettinen. Lähtöotaksumat on valittu Euroopan betoninormikomitean (C.E.B.) suosituksen [1] mukaan. Murtokuorma on määritetty tavallaan »takaperin» otaksumalla ensin neutraaliakselin asema poikkileikkauksessa tunnetuksi ja laskeamalla sitä vastaavat taivutusmomentin ja normaalivoiman arvot. Vain suorakaiteenmuotoisia poikkileikkauksia on käsitelty.

Tämä tutkimus on osa laajemmasta teräsbetonipilarin kantokykyä käsittelevästä tutkimuksesta, joka on aloitettu Teknillisessä korkeakoulussa v. 1967 ja jota Tekniikan Edistämissäätiö on tukenut apurahalla. Tietokoneohjelmien laadinnassa ja tietokoneen käytössä ovat avustaneet dipl.ins. P. Markkula ja dipl.ins. J. Brotherus.

2. Yleistä.

Poikkileikkauksen murtumiseen johtavia kuormitusyhdistelmiä voidaan esittää M_x , M_y , N -koordinaatistoon asetetulla avaruuspinnalla, ns. vuorovaikutuspinnalla, joka vastaa plastisuusteoriassa esiintyvien myötöehtojen muodostamaa myötöpintaa. Teräsbetonipoikkileikkausta käsiteltäessä rajaksi otetaan myötämisen asemesta murtuminen, joka voidaan määrittellä murtumiseen johtavien muodonmuutosten perusteella. Kuvassa 1 on esitetty tällaisen vuorovaikutuspinnan neljännes. Koordinaatisto on valittu niin, että M_x - ja M_y -akselit yhtyvät suorakaiteen pääjähnyysakseleihin ja N -akseli yhtyy pilarin akseliin.



Kuva 1

Kuva 1. (N, M_x, M_y) -vuorovaikutuspinnan neljännes

Fig. 1. The fourth part of an interaction surface (N, M_x, M_y)

Tässä artikkelissa pyritään selvittämään tällaisen vuorovaikutuspinnan muoto ja eri parametrien vaikutus siihen. Käsiteltäviä parametreja ovat suhteellinen teräsmäärä, terästen sijoitus, poikkileikkauksen muoto, ts. suorakaiteen sivujen suhde ja teräksiä suojaavan betonikerroksen paksuus, joka määrää poikkileikkauksen sisäisen momentivarren.

Tällaista pintaa voidaan havainnollistaa esittämällä pinnan vaakaleikkaukset M_x , M_y -koordinaatistossa N parametrinä tai esittämällä vuorovaikutuspinnan ja koordinaatiakselien määrittämien tasojen leikkauskäyrät ja laskutavat, joilla pinnan muut pisteet voidaan johtaa näistä leikkauskäyristä.

3. Perusolettamukset.

Poikkileikkauksen murtokuormaa laskettaessa on tehty seuraavat perusolettamukset.

- Bernoullin otaksuma tasoina pysyvistä poikkileikkaustasoista on voimassa
- teräksen ja betonin välillä ei tapahdu liukumista ts. betonin ja teräksen muodonmuutokset ovat yhtä suuret samassa pisteessä
- betonin vetolujuus on nolla
- betonin puristumapiirrosta voidaan approksimoida S. Sahlinin esittämällä lausekkeella [6]

$$\sigma_b = \sigma_{bj} \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bj}} \cdot \exp \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bj}} \right) \quad (1)$$

jossa

σ_{bj} = betonin sylinteripuristuslujuus (kuva 2)

ϵ_{bj} = sylinteripuristuslujuutta vastaava puristuma = 2 ‰

- teräksen muodonmuutos on kimmo-plastinen ja sitä voidaan kuvata kuvan 2b esittämällä murtoviivalla, jossa teräksen myötöraja on otettu 4000 kp/cm² ja sitä vastaavaksi venymäksi tai puristumaksi 1,9 ‰
- betonin murtumiseen johtava puristuma on CEB:n suosituksen mukaan 3,5 ‰ [1]
- teräksen venymän suurin arvo on CEB:n suosituksen mukaan 5 ‰ [1]

4. Poikkileikkauksen aksiaalinen muodonmuutos

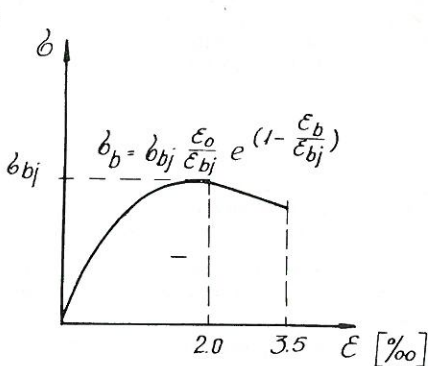
Murtumista vastaavia kuormitusyhdistelmiä on etsitty asettamalla neutraaliakseli eri asentoihin poikkileikkauksessa ja kallistamalla poikkileikkauksen aksiaalista muodonmuutosta esittävää tasoa niin, että murtumista vastaava, perusolettamuksissa määriteltä muodonmuutos saavutetaan jossain poikkileikkauksen pisteessä eikä sitä ylitetä missään muussa pisteessä (kuva 3).

Kuva 2. Jännitysmuodonmuutoskäyrät

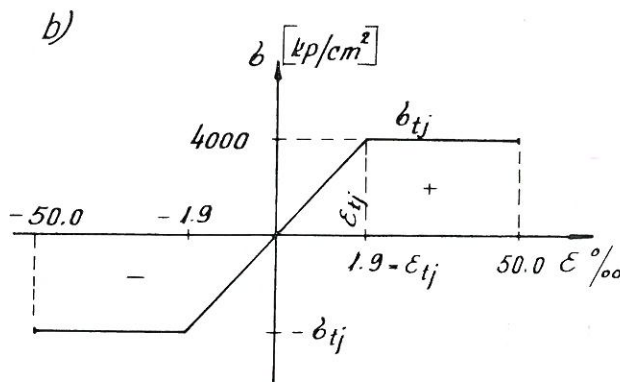
- a) Betoni
- b) Teräs

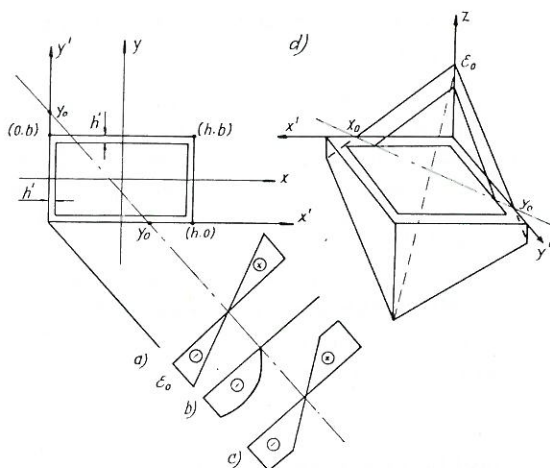
Fig. 2. Stress-strain curves

- a) Concrete
- b) Reinforcement



Kuva 2





Kuva 3

Koska poikkileikkaustasot pysyvät tasoina, koko poikkileikkauksen aksiaalinen muodonmuutos on tunnettu ja täten on löydetty yksi murtumista vastaava muodonmuutos-tila.

Valitsemalla koordinaatisto kuvassa 3 esitettyllä tavalla ja merkitsemällä origossa tapahtuvaa muodonmuutosta ε_0 :lla saadaan kuormitetun poikkipinnan poikkileikkauksen muodonmuutostasolle yhtälö

$$\varepsilon(x', y') = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{x'}{x'_0} - \frac{y'}{y'_0} \right) \quad (2)$$

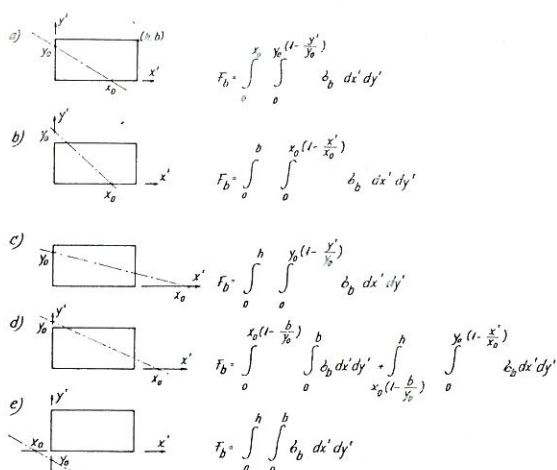
jossa x'_0, y'_0 ovat koordinaattiakselien ja neutraaliakselin leikkauspisteiden koordinaatit.

5. Poikkileikkauksen jännitysten resultantit

Kuvassa 2 määriteltyjen konstitutiivisten yhtälöiden avulla saadaan määritetyksi jännitys jokaisessa poikkileikkauksen pisteessä muodonmuutoksen ollessa yhtälön (2) mukaan tunnettu. Poikkipinnan jännitysten resultantti saadaan integroimalla koko poikkipinnan yli.

Sijoittamalla yhtälö (2) yhtälöön (1) saadaan betonin jännitykselle lauseke

$$\sigma_b(x', y') = \sigma_{bj} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{bj}} \left(1 - \frac{x'}{x'_0} - \frac{y'}{y'_0} \right) \exp \left[1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{bj}} \left(1 - \frac{x'}{x'_0} - \frac{y'}{y'_0} \right) \right] \quad (3)$$



Kuva 4

Kuva 3. Teräsbetonipalkin suorakaidepoikkileikkaus
a) Muodonmuutos
b) Betonin jännityksen jakautuminen
c) Terästen jännitysten jakautuminen
d) Epäkeskisesti kuormitetun poikkileikkauksen muodonmuutostasoa

Fig. 3. Rectangular cross section of a reinforced concrete column
a) Deformation
b) Stress distribution in concrete
c) Stress distribution in reinforcements
d) The deformation plane of an eccentrically loaded cross section

Kuva 4. a)...e) Neutraaliakselin eri asennot poikkileikkauksessa ja betonin puristusvoiman lauseke.

Fig. 4. a) ... e) Different positions of the neutral axis and the formula for the compressive force in a concrete cross section

ja betonin jännitysten resultanteille lausekkeet

$$N_b = \int_{a_1}^{a_2} \int_{a_3}^{a_4} \sigma_b(x', y') dx' dy' \quad (4)$$

$$M'_{bx} = \int_{a_1}^{a_2} \int_{a_3}^{a_4} y' \sigma_b(x', y') dx' dy'$$

$$M'_{by} = \int_{a_1}^{a_2} \int_{a_3}^{a_4} x' \sigma_b(x', y') dx' dy'$$

$$k_b = \frac{N_o}{\sigma_{bj} bh}$$

$$k_{bx} = \frac{M'_{bx}}{\sigma_{bj} b^2 h} \quad (6)$$

$$k_{by} = \frac{M'_{by}}{\sigma_{bj} bh^2}$$

Teräksen jännitykselle saadaan lauseke

$$\sigma_t(x', y') = \sigma_{tj} \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{tj}} \left(1 - \frac{x'}{x'_o} - \frac{y'}{y'_o}\right) \quad (7a)$$

jos $\varepsilon < \varepsilon_{tj}$
ja lauseke
 $\sigma_t = \sigma_{tj}$
jos $\varepsilon > \varepsilon_{tj}$ (7b)

Puristetun osan muoto ja integroimisrajojen a_1, a_2, a_3 ja a_4 arvot riippuvat neutraaliksi akselin sijainnista poikkileikkauksessa. Suorakaiteenmuotoisessa poikkileikkauksessa voi esiintyä 5 erimuotoista puristus pintaa (kuva 4).

Integroinnin jälkeen lausekkeet (5) voidaan esittää muodossa

$$N_b = k_b \sigma_{bj} bh$$

$$M'_{bx} = k_{bx} \sigma_{bj} b^2 h$$

$$M'_{by} = k_{by} \sigma_{bj} bh^2 \quad (5)$$

joiden perusteella laskelmien yksinkertaistamiseksi voidaan siirtyä käyttämään dimensioitomia merkintöjä

$$N_t = \sum_{i=1}^r A_{ti} \sigma_{ti}$$

$$M'_{tx} = \sum_{i=1}^r A_{ti} \sigma_{ti} y_{ti} \quad (8)$$

$$M'_{ty} = \sum_{i=1}^r A_{ti} \sigma_{ti} x_{ti}$$

Otetaan käyttöön seuraavat lyhennysmerkinnät:

$$k_t = \frac{N_t}{\sigma_{bj} bh}$$

$$k_{tx} = \frac{M'_{tx}}{\sigma_{bj} b^2 h} \quad (9)$$

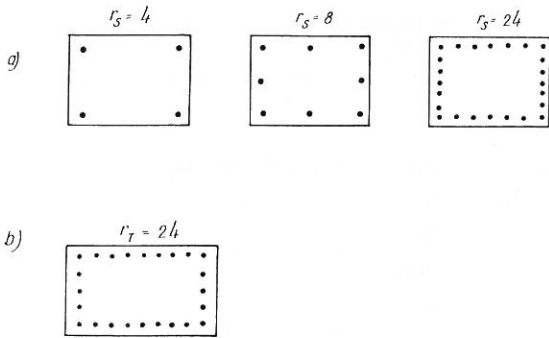
$$k_{ty} = \frac{M'_{ty}}{\sigma_{bj} bh^2}$$

Kun otetaan huomioon yhtälöt (2), (5) ja (7) sekä oletetaan poikkileikkauksessa olevan n yhtä suurta terästä, saadaan yhtälöiden (9) k -kertoimille lausekkeet

$$k_t = \mu \frac{\sigma_{tj}}{\sigma_{bj}} \cdot \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{tj}} \left(1 - \frac{x'_i}{x'_o} - \frac{y'_i}{y'_o}\right) \quad (10)$$

$$k_{tx} = \mu \frac{\sigma_{tj}}{\sigma_{bj}} \cdot \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{tj}} \left(1 - \frac{x'_i}{x'_o} - \frac{y'_i}{y'_o}\right) \frac{y'_i}{h}$$

$$k_{ty} = \mu \frac{\sigma_{tj}}{\sigma_{bj}} \cdot \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{tj}} \left(1 - \frac{x'_i}{x'_o} - \frac{y'_i}{y'_o}\right) \frac{x'_i}{h}$$



Kuva 5

Kuva 5. Terästen sijoitus
a) Symmetrinen jako. Teräksiä yhtä monta joka sivulla $r_s = 4, 8$ tai 24
b) Teräset tasavälein $r_T = 24$

Fig. 5. Arrangement of reinforcement
a) Symmetrical distribution. $r_s = 4, 8$ or 24
b) Uniform distribution. $r_T = 24$

joissa

$\mu = \frac{A_t}{bh} =$ poikkileikkauksen suhteellinen teräsmäärä.

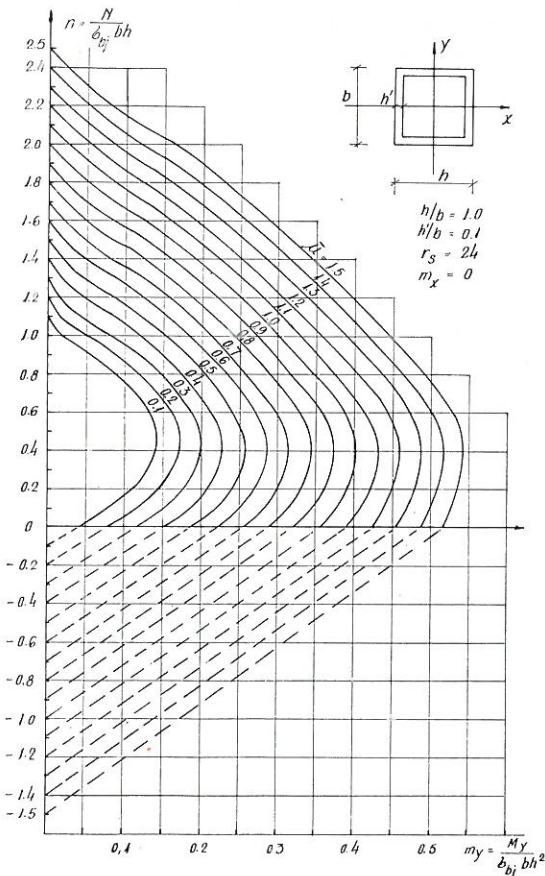
Koko poikkileikkauksen jännitysten resultantit saadaan lausekkeista

$$N = N_b + N_t = (k_b + k_t) \sigma_{bj} bh$$

$$M'_x = M'_{bx} + M'_{tx} = (k_{bx} + k_{tx}) \sigma_{bj} b^2 h \quad (11)$$

$$M'_y = M'_{by} + M'_{ty} = (k_{by} + k_{ty}) \sigma_{bj} bh^2$$

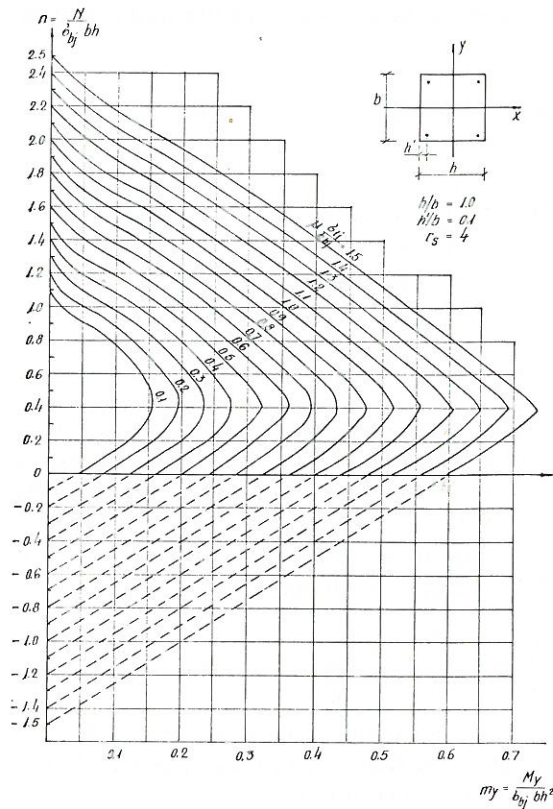
Siirtymällä kuvan (3) mukaiseen x, y -koor-



Kuva 6

Kuva 6. Neliöpoikkileikkauksen vuorovaikutuskäyriä $m_x = 0, r_s = 24$

Fig. 6. Interaction curves of square cross section $m_x = 0, r_s = 24$



Kuva 7

Kuva 7. Neliöpoikkileikkauksen vuorovaikutuskäyriä $m_x = 0, r_s = 4$

Fig. 7. Interaction curves of square cross section $m_x = 0, r_s = 4$

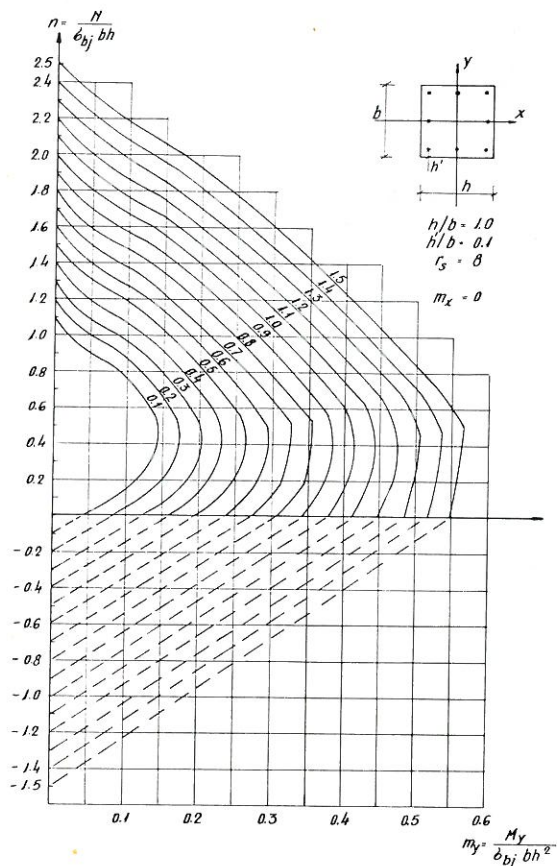
dinaatistoon ja esittämällä lausekkeet (11) dimensiottomina saadaan:

$$n = \frac{N}{\sigma_{bj} bh} = (k_b + k_t) \quad (12)$$

$$m_x = \frac{M_x}{\sigma_{bj} b^2 h} = (k_b + k_t) \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{bx} + k_{tx}}{k_b + k_t} \right)$$

$$m_y = \frac{M_y}{\sigma_{bj} bh^2} = (k_b + k_t) \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{by} + k_{ty}}{k_b + k_t} \right)$$

Sijoittamalla kaavoihin (12) yhtälöiden (3), (4), (6) ja (10) avulla lasketut k -kertoimet valitun poikkileikkauksen kantokyky saadaan määritetyksi neutraaliakselin eri asennoissa sijoittamalla yhtälöihin haluttuja x'_o :n ja y'_o :n arvoja. Laskutoimitus on ohjel-



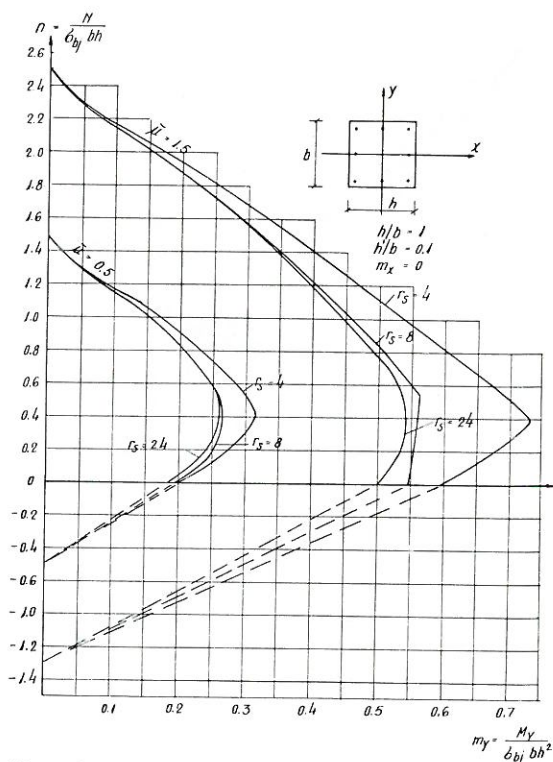
Kuva 8

moitu tietokoneelle, joka neutraaliakselia siirtelemällä laskee haluttuja vuorovaikutuspinnan leikkauksia. Ohjelmoitaessa on kuitenkin kaavoista (12) poiketen käytetty m_x :lle dimensiotonta esitystä:

$$m_x = \frac{M_x}{\sigma_{bj} b h^2} \quad (12')$$

6. Yksiakselisesti epäkeskinen normaali-voima

Jos normaalivoima on epäkeskinen vain toisen pääjyhyysakselin suhteen, niin syntävä jännitystila on symmetrinen ja neutraaliakseli on kohtisuorassa momentin vaikutustasoa vastaan. Vuorovaikutuspinta supistuu tällöin M, N -tasossa sijaitsevaksi käy-



Kuva 9

räksi. Näitä käyriä on laskettu seuraavilla parametrien arvoilla:

— poikkileikkauksen painotettu teräsmäärä

$$\bar{\mu} = \mu \frac{\sigma_{tj}}{\sigma_{bj}} = 0,1 : (0,1) : 1,5 \quad (\text{merkintä}$$

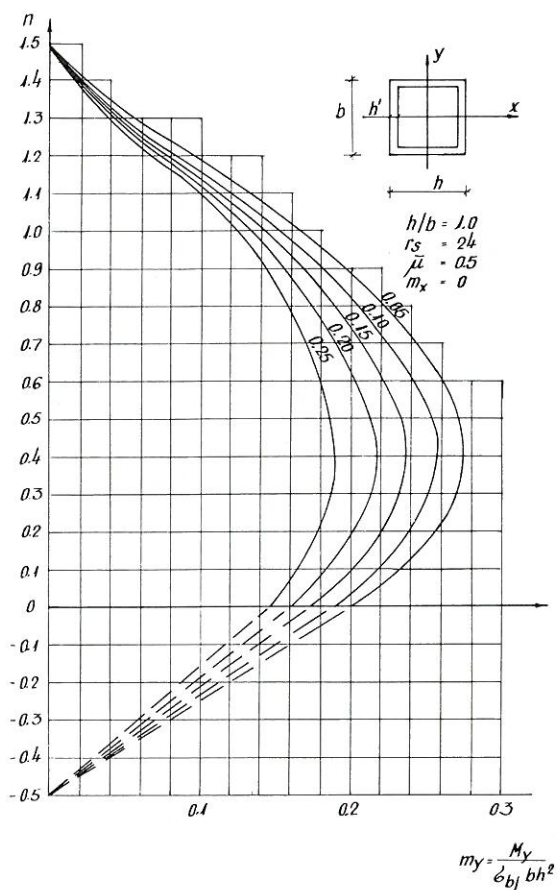
tarkoittaa, että $\bar{\mu}$:lle on annettu arvoja 0,1:stä 1,5:een 0,1:n välein)

— terästen sijoitus: a) keskipisteen suhteen symmetrinen, teräksiä r kpl, $r_s = 4, 8$ tai 24 , b) teräkset jaettu yhtä suurin välein joka sivulle, $r_T = 24$

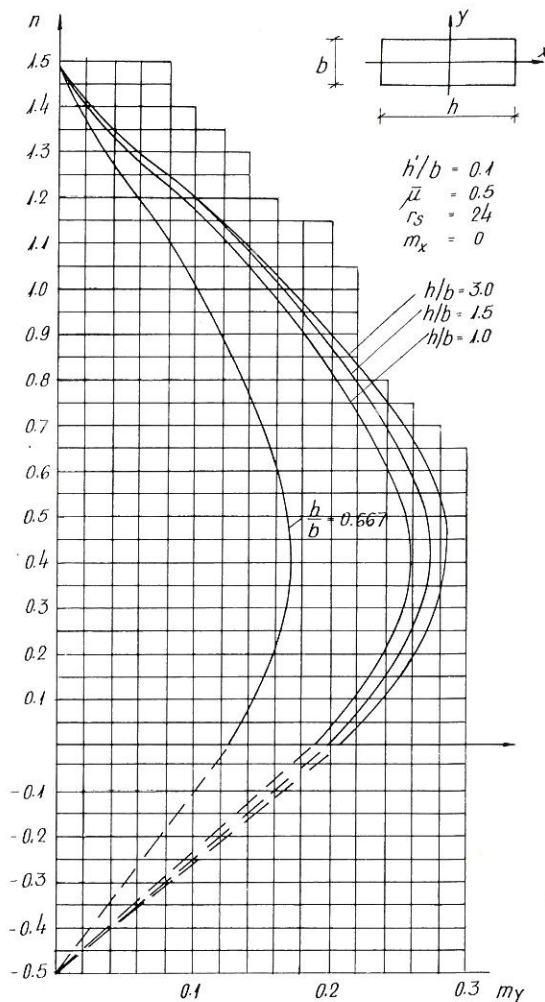
— suojaavan betonikerroksen suhteellinen paksuus $h'/b = 0,05 : (0,05) : 0,25$

— sivusuhte $h/b = 1,0$

Saatuja tulokäyriä on esitetty kuvissa 6...11. Puristavan normaalivoiman ja momentin vuorovaikutuskäyrä on laskettu pisteittäin. Vetävän normaalivoiman alueella vuorovaikutuskäyrä on määritetty likimäärin yhdistämällä puhdasta taivutusta ja puhdasta vetoa esittävät pisteet suoralla. Täten saatu suora kulkee todellisen vuorovaikutuskäyrän sisäpuolella, koska epäkeski-



Kuva 10



Kuva 11

Kuva 8. Neliöpoikkileikkauksen vuorovaikutuskäyriä $m_x = 0$, $r_s = 8$

Fig. 8. Interaction curves of square cross section $m_x = 0$, $r_s = 8$

Kuva 9. Terästen sijoituksen vaikutus pilarin kantokykyyn

Fig. 9. The influence of reinforcement on ultimate strength of a column

Kuva 10. Suojaavan betonikerroksen paksuuden vaikutus pilarin kantokykyyn

Fig. 10. The influence of the thickness of concrete cover on ultimate strength of a column

Kuva 11. Suorakaiteen sivujen suhteen vaikutus pilarin kantokykyyn

Fig. 11. The influence of the side ratio of cross section on ultimate strength of a column

sesti vedetyn poikkipinnan kantokyvyn määrää terästen myötäminen ja plastisuusteorian mukaan myötöehtoa esittävä pinta on kupera ulospäin.

Kaikissa käyriä on havaittavissa selvä momentin huippukohta arvolla $n \approx 0,4$, jossa teräksen venymä ja betonin puristuma saavuttavat yhtä aikaa murtumista vastaavat arvot. Normaalivoimaa lisättäessä betonin puristuma kontrolloi murtumisen ja normaalivoimaa vähennettäessä teräksen venymä. Terästen määrää lisättäessä käyrän kuperaus vähenee, koska silloin pilarin toi-

mintatapa lähestyy teräspilarin käyttäytymistä. Jos puristusteräksiä ei käytettäisi lainkaan, silloin teräksiä lisättäessä momentin huippukohta siirtyisi m -akselia kohti saavuttaen sen pilarin ollessa taivutukseen nähden tasapainotetusti terästetty.

Muita kärkipisteitä vuorovaikutuskäyrään syntyy kohtiin, joissa jokin uusi teräsriivi myötää ja kohtaan, jossa puristava normaalivoima siirtyy poikkipinnan sydänalueen ulkopuolelle.

Terästen sijoituksen vaikutus ilmenee kuvasta 9. Sijoittamalla teräkset poikkileikkauksen nurkkiin saadaan suurin kantokyky epäkeskisiä kuormia vastaan. Jos normaalivoiman epäkeskisyys on pieni, suurta virhettä tekemättä voidaan käyttää mitoitukseen symmetriselle 24 teräksen raudoitukseen laskettuja käyrästöjä.

Suojaavan betonikerroksen paksuus vaikuttaa teräksen sijaintiin poikkileikkauksessa ja sitä kautta pilarin sisäiseen momenttivarteen. Kuvaa 10 voidaan käyttää arvioitaessa työvirheiden vaikutusta pilarin kantokykyyn sekä sovellettaessa suojaavaa kerrosta $h'/b = 0,1$ käyttäen laskettuja käyrästöjä muihin tapauksiin.

Suorakaiteen sivujen suhteen vaikutusta esittää kuva 11. Sen perusteella voidaan todeta, että eri sivusuhteita esittävät vuorovaikutuskäyrät voidaan johtaa neliöpoikkileikkauksen käyrästä muuntamalla sitä affiinisesti m -akselin suunnassa normaalivoimaa $n = 0$ vastaavien m -arvojen suhteessa.

7. Kaksiakselisesti epäkeskisen normaalivoiman kuormittama poikkileikkaus

Vuorovaikutuspinnasta on esitetty puristavan normaalivoiman puolelle jäävä pinnan kahdeksannes m_x, m_y -koordinaatistossa pinnan vaakaleikkauksikäyrinä, joita on laskettu seuraavilla parametrien arvoilla:

$$- h'/b = 0,05 : (0,05) : 0,25$$

$$- h/b = 1,0 : (0,5) : 4,0$$

$$- \bar{\mu} = 0,1 : (0,1) : 1,5$$

$$- r_s = 4, 8 \text{ ja } 24 \text{ sekä } r_T = 24$$

Osa saaduista tuloksista on esitetty käyrästöinä kuvissa 12...17.

Kuvasta 12 käy ilmi, että vuorovaikutuspinnan kuperoisuus vähenee terästen määrää lisättäessä kuten yksiakselisessa tapauksesakin. Tiettyä teräsprosenttia vastaavan vuorovaikutuspinnan kuperoisuus on pienin maksimimomenttia vastaavalla normaalivoiman arvolla ja kasvaa sitten normaalivoiman pienentyessä tai suureutuessa. Suurilla normaalivoiman arvoilla käyrän kuperoisuus on niin suuri, että sitä voitaisiin aproksimoida neliöllä.

Suojaavan betonikerroksen paksuuden vaikutus pinnan muotoon on vähäinen pienillä normaalivoiman arvoilla. Suurilla normaalivoiman arvoilla terästen siirtäminen pilarin keskellepään muuttaa pinnan kupe-rammaksi.

Terästen sijoitusten vaikutus on esitetty kuvissa 15 ja 16. Neliöpoikkileikkauksessa saadaan vuorovaikutuspinnalle luotettava alaraja käyttämällä symmetrisesti sijoitetuille 24:lle teräkselle määritettyjä käyrästöjä (kuva 15). Tapauksen $r_s = 4$ kantokyky tulee tällöin aliarvioiduksi.

Sama koskee myös suorakaiteenmuotoisia poikkileikkauksia. Lisäksi on käsitelty tasisaisesti jaettua terästystä, $r_T = 24$, jota vastaava käyrä asettuu kuvan 16 esittämässä tapauksessa osaksi käyrän $r_s = 24$ sisäpuolelle ja osaksi käyrien $r_s = 8$ ja $r_s = 4$ väliin.

Poikkileikkauksen sivujen suhteen vaikutusta esittävät kuvat 16 ja 17. Suorakaiteenmuotoisen poikkileikkauksen vuorovaikutus-

Kuva 12. Kaksiakselisesti epäkeskisen normaalivoiman kuormittaman neliöpoikkileikkauksen vuorovaikutuskäyrät normaalivoima parametrina.

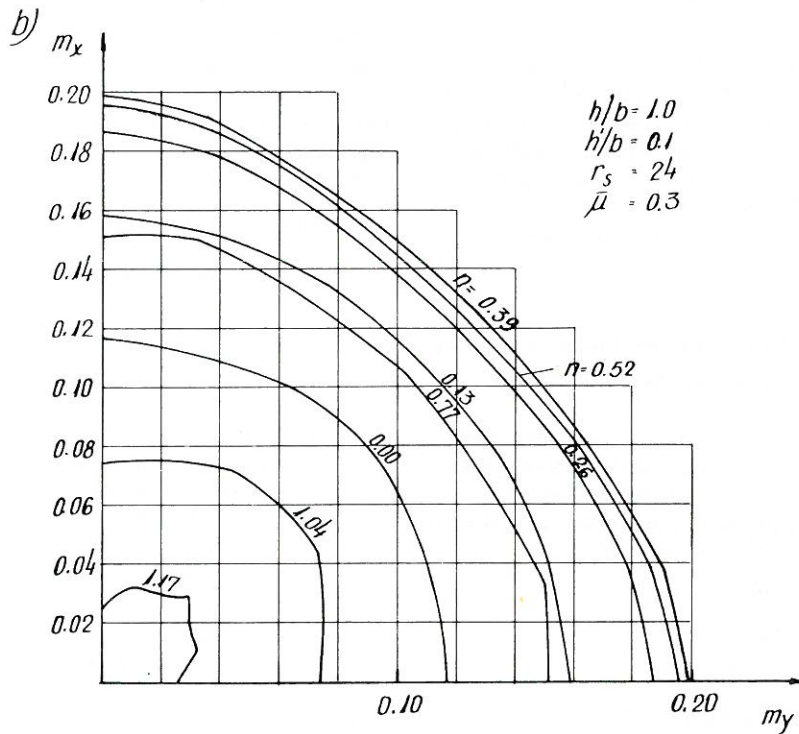
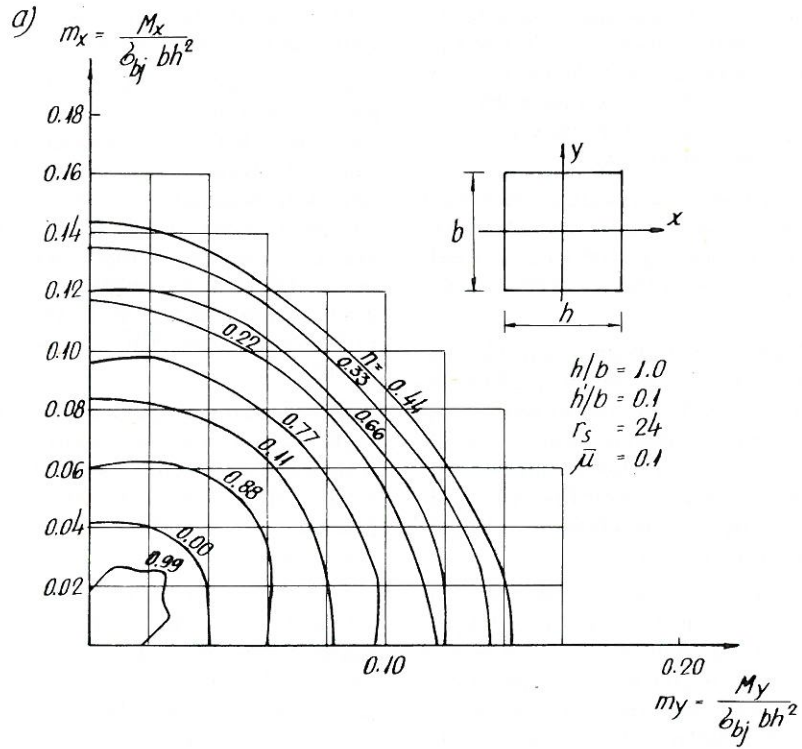
$$a) \bar{\mu} = 0,1 \quad b) \bar{\mu} = 0,3 \quad c) \bar{\mu} = 0,5 \quad d) \bar{\mu} = 0,7$$

$$e) \bar{\mu} = 0,9 \quad f) \bar{\mu} = 1,1 \quad g) \bar{\mu} = 1,3 \quad h) \bar{\mu} = 1,5$$

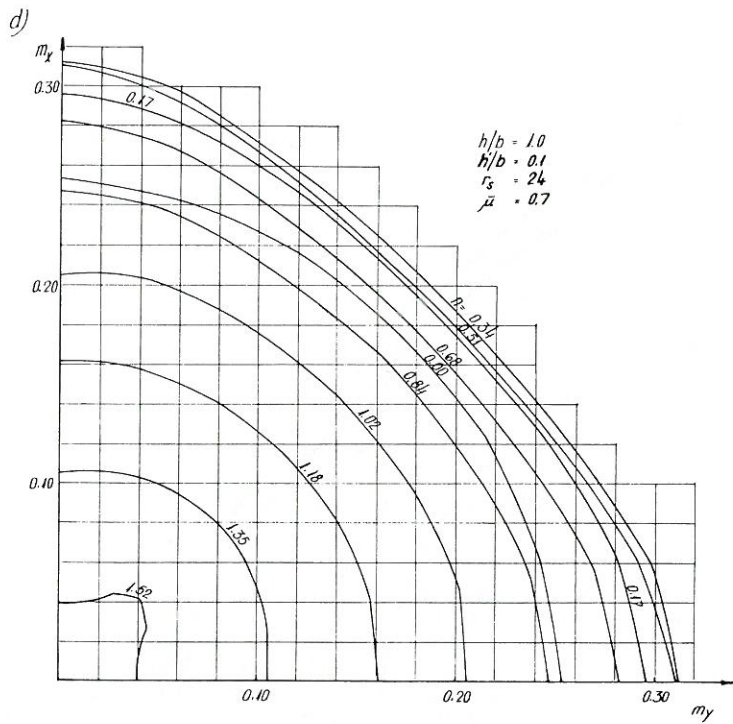
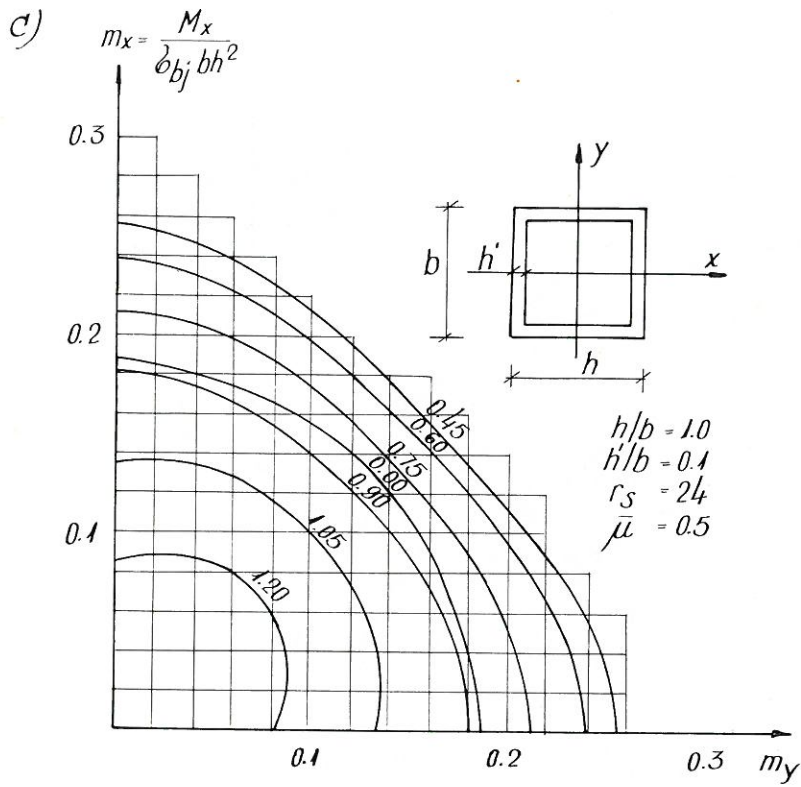
Fig. 12. Interaction curves of square cross section under biaxially eccentric normal force.

$$a) \bar{\mu} = 0,1 \quad b) \bar{\mu} = 0,3 \quad c) \bar{\mu} = 0,5 \quad d) \bar{\mu} = 0,7$$

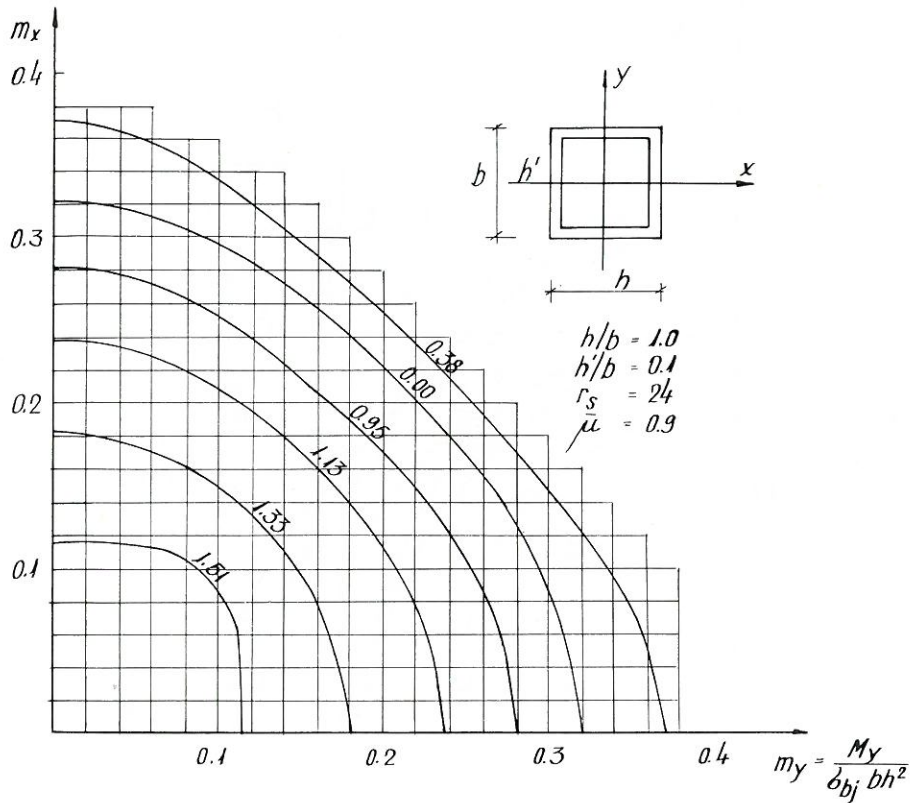
$$e) \bar{\mu} = 0,9 \quad f) \bar{\mu} = 1,1 \quad g) \bar{\mu} = 1,3 \quad h) \bar{\mu} = 1,5$$



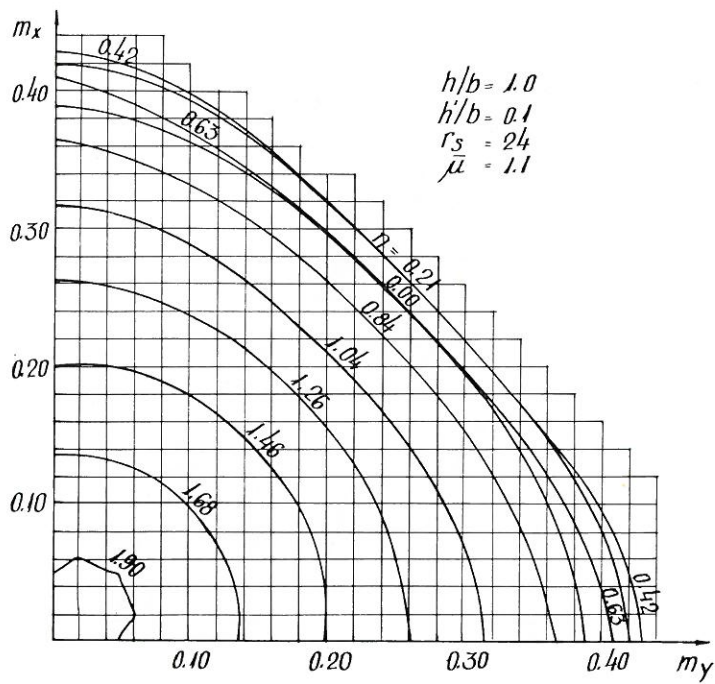
Kuva 12.



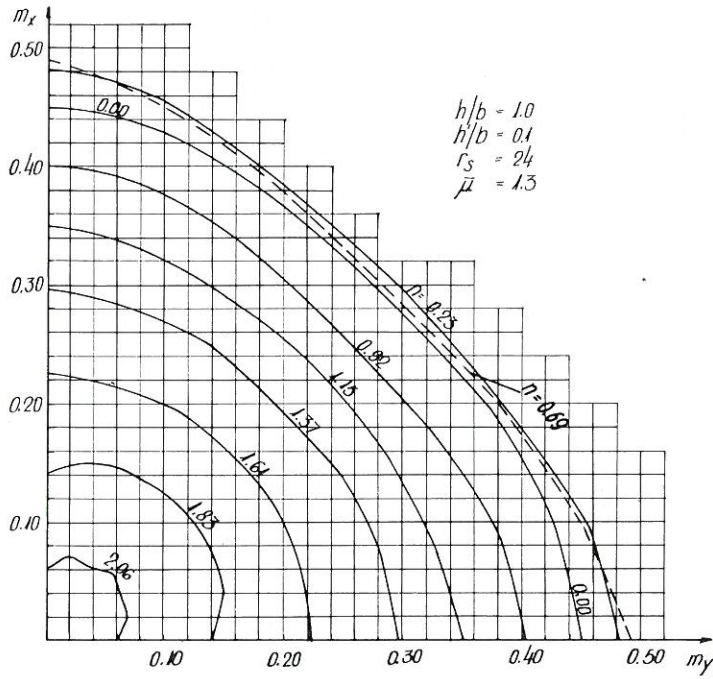
e)



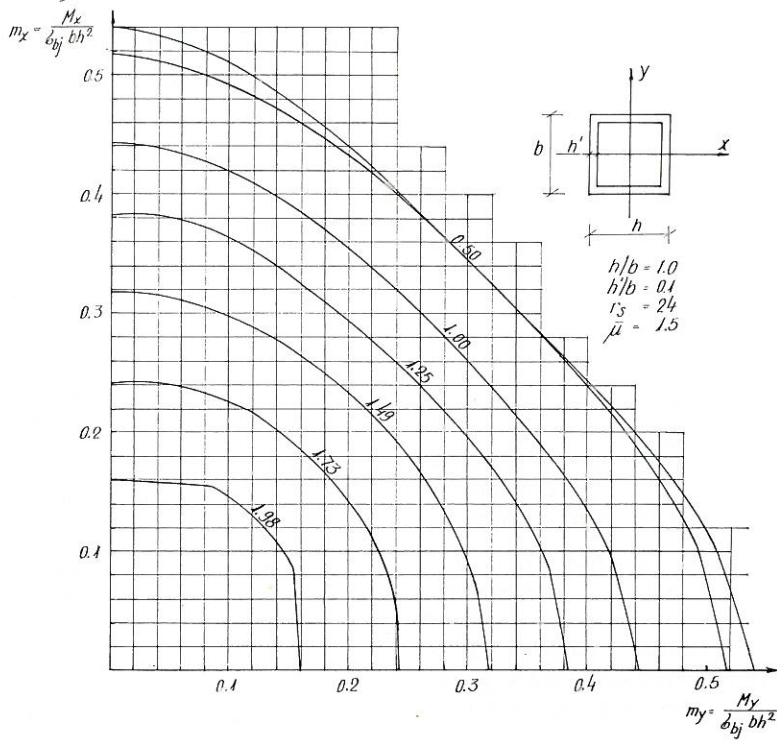
f)

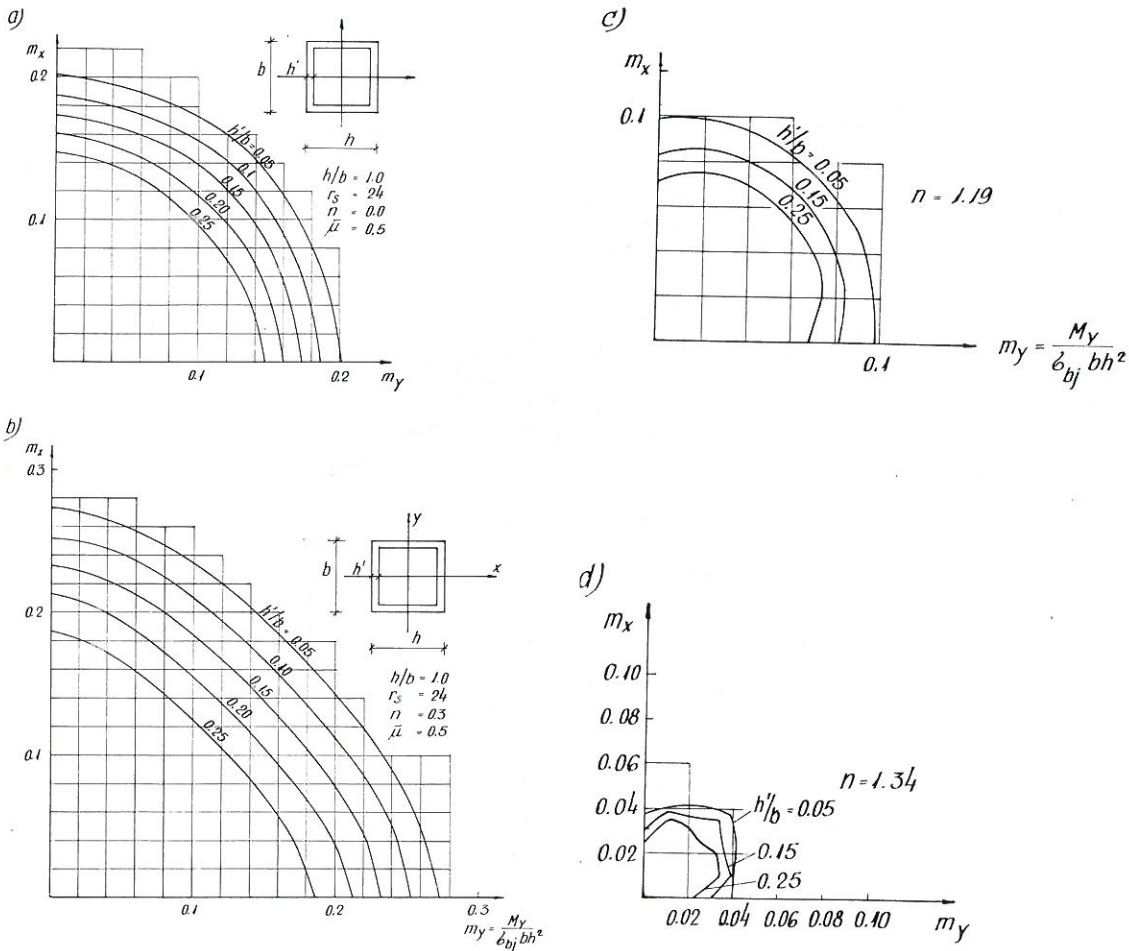


g)



h)





Kuva 13.

käyrälle saadaan likiarvo jakamalla samalla tavalla terästetyn neliöpoikkipinnan vuorovaikutuskäyrän ordinaatat suorakaiteen sivujen suhteella, jos suorakaiteen pitempi sivu on asetettu m_y -akselin suuntaiseksi.

Suorakaiteen sivujen suhteen kasvaessa suurenee neutraaliakselin ja taivutusmomentin vaikutustason normaalin välinen kulma. Kuva 18 voidaan käyttää apuna arvioitaessa, mihin suuntaan pilari pyrkii taipumaan tietyn kuormituksen vaikutuksesta.

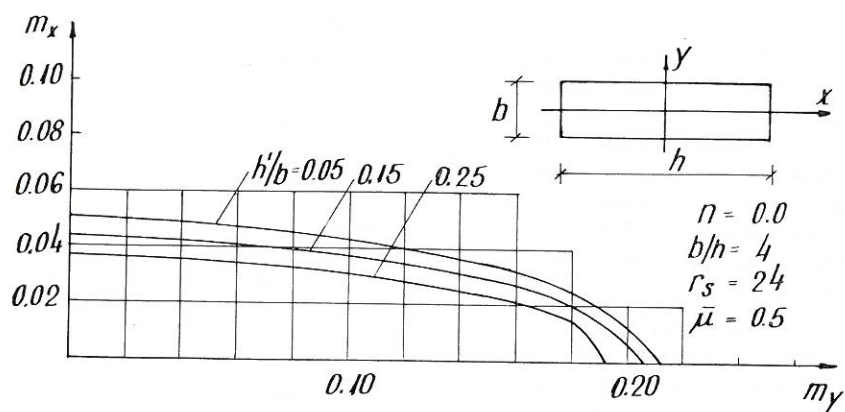
Kuva 13. Suojaavan betonikerroksen paksuuden vaikutus vuorovaikutuskäyrään a) $n = 0$ b) $n = 0,30$ c) $n = 1,19$ d) $n = 1,34$

Fig. 13. The influence of the thickness of concrete cover on the interaction curve a) $n = 0$ b) $n = 0,30$ c) $n = 1,19$ d) $n = 1,34$

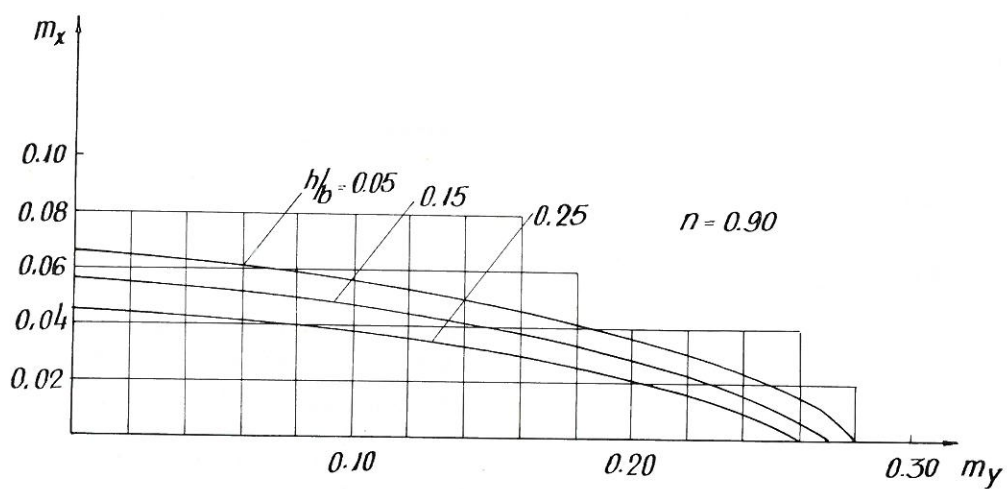
Kuva 14. Suojaavan betonikerroksen paksuuden vaikutus vuorovaikutuspinnan muotoon, kun $h/b = 4,0$ a) $n = 0,0$ b) $n = 0,96$ c) $n = 1,20$

Fig. 14. The influence of the thickness of concrete cover on the shape of the interaction surface when $h/b = 4,0$ a) $n = 0,0$ b) $n = 0,96$ c) $n = 1,20$

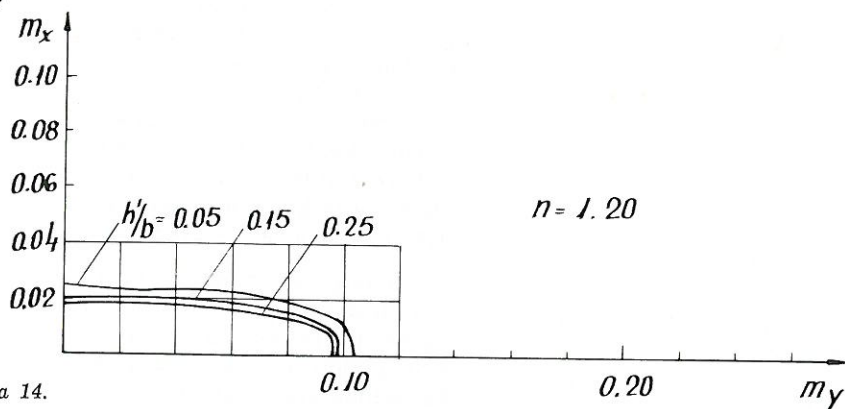
a)



b)



c)

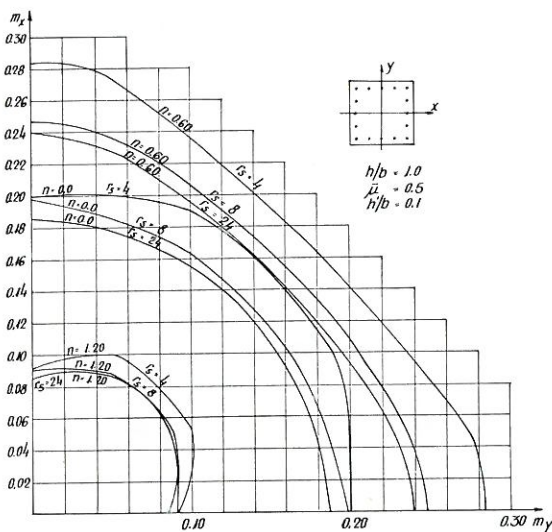


Kuva 14.

8. Vertailu muihin tutkimuksiin

Kuvassa 19 on esitetty samalle poikkileikkaukselle Pannellin [5] ja el Oseilyn [2] sekä tämän tutkimuksen mukaan saadut M, N -käyrät. El Oseilyn käyrä antaa pienimmän momentin arvon, mikä johtuu siitä, että hän on rajoittanut betonin puristuman 3 ‰:een ja käyttänyt betonin muodonmuutoslakina toisen asteen paraabelia, jonka mukaan suurin jännitys saavutetaan poikkileikkauksen reunalla.

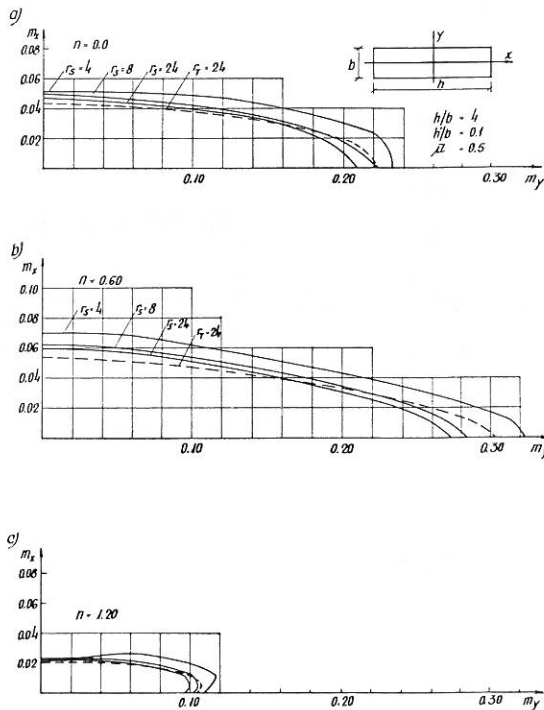
Pannel on otaksunut terästen puristus-myötörajojen olevan n. 0,8 kertaa vetomyötöraja, jonka vuoksi momentin huippukohta ei ole niin voimakkaasti kehittynyt kuin tä-



Kuva 15

Kuva 15. Terästen sijoituksen vaikutus vuorovai-
kutuspinnan muotoon

Fig. 15. The influence of reinforcement on the
shape of the interaction surface



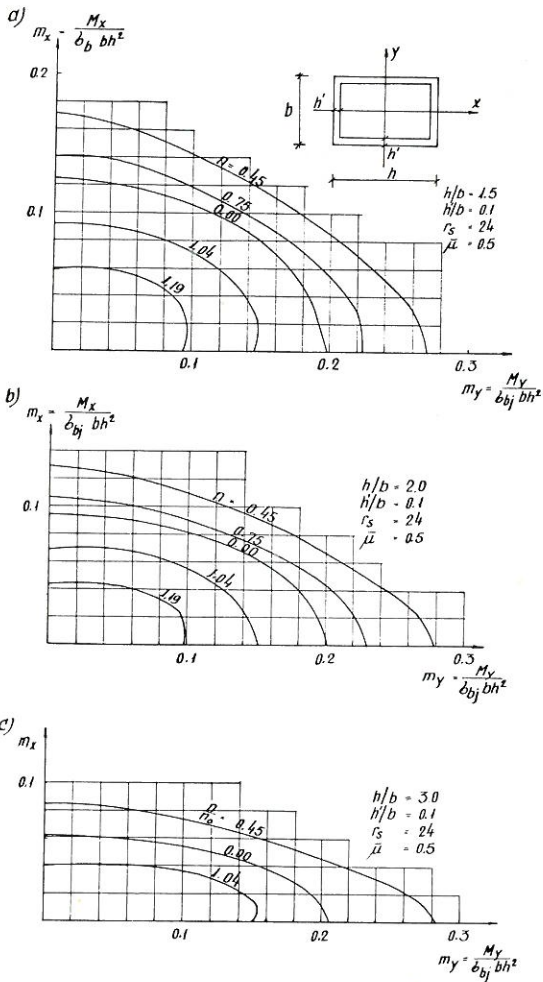
Kuva 16

män tutkimuksen käyrässä. Betonin puristuman hän on rajoittanut 0,33 ‰:een.

Molemmissa edellä mainituissa tutkimuksissa terästen myötörajana on käytetty 4600 kp/cm², joka vaikeuttaa esitettyjen laskutapojen vertailua tämän tutkimuksen kanssa. Jos sijoitetaan suurempi teräksen myötöraja tämän tutkimuksen käyrästäihin, se merkitsee teräksen kimmokertoimen suurentamista, koska käyrästäjä laskettaessa myötömuodonmuutokselle on käytetty kiinteää arvoa 1,9 ‰. Jos teräksen korkeampaa myötörajaa ei oteta huomioon, se merkitsee pilarin kantokyvyn aliarvioimista. Sen vuoksi joudutaan tällaiset kantokyvyn määrittämistaulukot laatimaan erikseen jokaista käytettyä teräksen myötörajaa varten.

Molemmissa edellä mainituissa tutkimuksissa on annettu mitoitusta varten M, N -käyrästäjä ja lisäksi taulukoita ja nomogrammeja, joiden avulla voidaan käsitellä kaksiaksiaalinen epäkeskisyyttä.

RAKENTEIDEN MEKANIikka



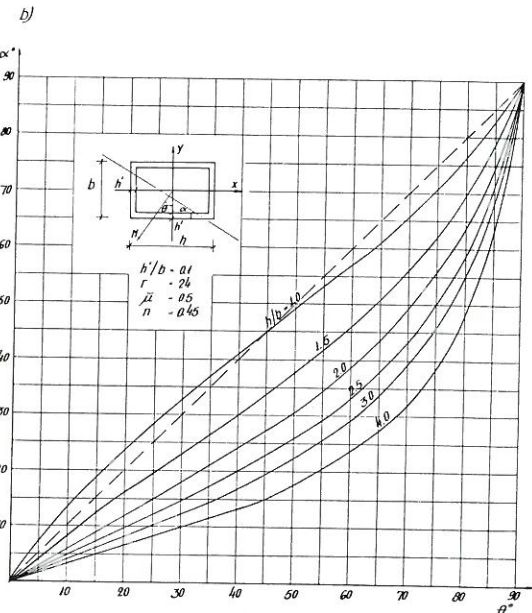
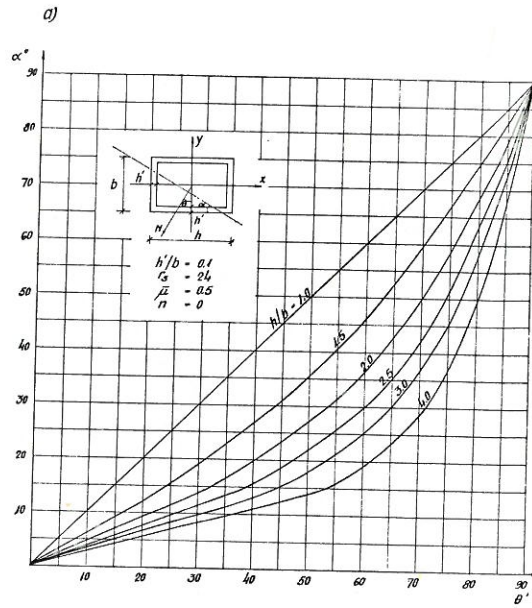
Kuva 17

Kuva 16. Terästen sijoituksen vaikutus suorakaidepoikkipinnan vuorovaikutuspintaan a) $n=0,0$ b) $n=0,60$ c) $n=1,20$

Fig. 16. The influence of reinforcement on the interaction surface of square cross section a) $n=0,0$ b) $n=0,60$ c) $n=1,20$

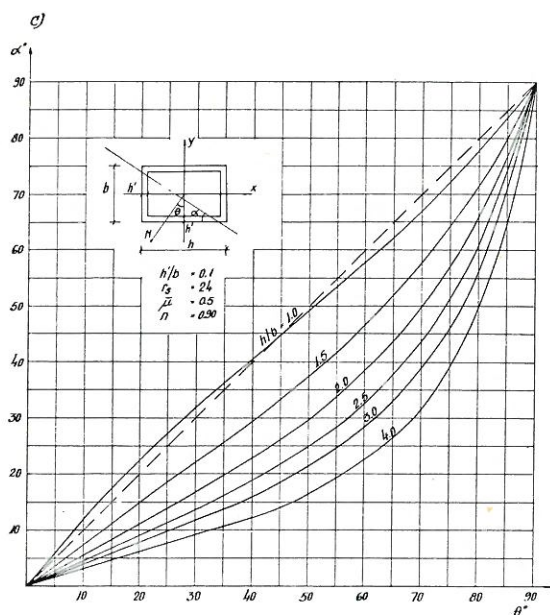
Kuva 17. Suorakaiteen sivujen suhteen vaikutus vuorovaikutuspintaan. a) $h/b=1,5$ b) $h/b=2,0$ c) $h/b=3,0$

Fig. 17. The influence of the side ratio on the interaction surface. a) $h/b=1,5$ b) $h/b=2,0$ c) $h/b=3,0$

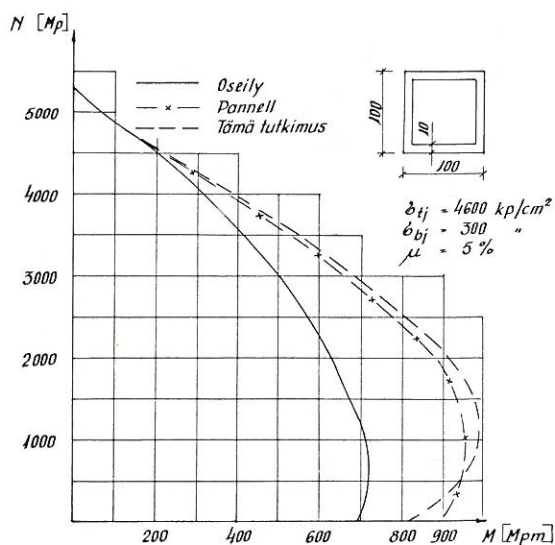


Kuva 18. Taivutusmomentin vaikutustason ja neutraaliakselin suunnan välinen yhteys sivujen suhte parametrina a) $n=0$ b) $n=0,45$ c) $n=0,90$

Fig. 18. The relationship between the bending plane and the direction of the neutral axis the side ratio as the parameter a) $n=0$ b) $n=0,45$ c) $n=0,90$



Kuva 18



Kuva 19

Kuva 19. Epäkeskisen normaalivoiman kuormittaman pilarin kantokyky eri tutkimusten mukaan.

Fig. 19. Ultimate strength of a column under eccentric normal force according to different investigations.

9. Vertailu koetuloksiin

Lähdeteoksesta [7] on otettu koetulostaulukon osa:

No	hxb [cm ²]	h'/b	K [kp/cm ²]	μ %	σ_{tj} [kp/cm ²]	Θ	e_r [cm]	N [Mp]	M [Mpm]
A-15	20 x 20	0,125	235	2,45	3000	45°	12,7	26,6	3,38
B-6	20 x 20	0,125	312	3,83	3280	45°	9,16	50,8	4,65
C-5	15 x 15	0,150	322	4,35	2820	45°	3,82	46,9	1,79

Kaikkien pilarien murtuminen alkoi veto- puolen terästen myötämisestä.

Kuvan 12 käyrästäjä käyttäen on laskettu kokeessa saatuja normaalivoimia vastaavat momentit käyttäen taulukossa annettua te-

räksen myötörajaa ja ottamalla betonin sylinteripuristuslujuudeksi $\sigma_{bj} = 0,8 K$. Käyrästäjä laskettaessa käytettyä teräksen myötörajaa pienemmän arvon käyttäminen merkitsee teräksen kimmokertoimen alentamista.

Laskelman tulokset:

No	σ_{bj}	$\bar{\mu}$	n	$m_x = m_y$	M_x [Mpm]	M [Mpm]
A-15	188	0,39	0,35	0,136	2,04	2,90
B-6	250	0,50	0,51	0,16	3,20	4,52
C-5	258	0,475	0,81	0,13	1,13	1,60

Laskemalla saadut tulokset jäävät koetuloksia pienemmiksi, mikä johtuu osaksi siitä, että kuvan 12 käyrästöt on laskettu symmetriselle 24 teräksen raudoitukselle. Koekappaleissa oli 8 terästä. Pilarin A-15 lasketun tuloksen jääminen paljon koetuloksen alapuolelle johtunee interpolointien kautta laskelmaan tulevasta epätarkkuudesta.

10. Mitoitusohje

Esitettyjä käyrästöjä voidaan käyttää epäkeskisen normaalivoiman kuormittaman poikkileikkauksen mitoittamiseen seuraavasti:

- lähtöarvoina tunnetaan normaalivoima N ja sen epäkeskisyys, momentit M_x ja M_y
- valitaan pilarin mitat ja betonin lujuusluokka
- lasketaan suhteelliset voimat:

$$n = \frac{N}{\sigma_{bj}bh}$$

$$m_x = \frac{M_x}{\sigma_{bj}bh^2}$$

$$m_y = \frac{M_y}{\sigma_{bj}bh^2}$$

— kuvan 12 käyrästöä käyttäen määritetään painotettu teräsmäärä $\bar{\mu}$. Tarvittaessa interpoloidaan eri n :n ja $\bar{\mu}$:n arvojen välillä (Jos epäkeskisyys on yksiakselinen, käytetään kuvien 6...8 käyrästöjä).

— lasketaan tarvittava teräsmäärä $A_t = \bar{\mu} \cdot$

$$b \cdot h \cdot \frac{\sigma_{bj}}{\sigma_{tj}}$$

— jos pilarin mitoitukseen vaikuttavat parametrit poikkeavat kuvan 12 parametreista, kuvien 13...16 avulla voidaan ottaa huomioon näiden parametrien vaikutus m_x, m_y -käyrien muotoon

11. Mitoitus esimerkki

Mitoitetaan sama pilari tässä tutkimuksessa esitettyllä menetelmällä ja suoraviivaiseen jännitysten jakautumiseen perustuvan Ouvrierin taulukon avulla [4]. Sallitut jännitykset ja varmuuskertoimet otetaan voimassa olevien betoninormien mukaan [8].

Annettu: $N = 50$ Mp, $M_x = M_y = 10$ Mpm, $e_x = e_y = 20$ cm.

Valitaan: betoni K 300, teräs A 40 H, $h \times b = 45 \times 45$ cm², $h'/h = 0,1$.

Betoninormien mukaan $\sigma_{b, sall} = 105$ kp/cm², varmuuskerroin = 1,8 ja $\sigma_{bj} = 1,8 \times \sigma_{sall} = 189$ kp/cm² ja $\sigma_{t, sall} = 2200$ kp/cm².

Ouvrierin merkintöjä käyttäen saadaan

$$\sigma_{bi} = \frac{N}{bh} = 24,7 \text{ kp/cm}^2 \quad e'_x = \frac{e_x}{h} = 0,445$$

taulukko 23 piste 135: $\mu = 3,17$ %
 $A_t = 64,2$ cm²

Tämän tutkimuksen mukaan saadaan, kun kuorma kerrotaan varmuuskertoimella

$$n = \frac{1,8 N}{\sigma_{bj} bh} = 0,24$$

$$m_x = \frac{1,8 M_x}{\sigma_{bj} bh^2} = 0,105$$

Interpoloimalla likimääräisesti kuvan 12 käyrästössä saadaan $\mu = 0,2$

$$\mu = \frac{\sigma_{bj}}{\sigma_{tj}} \cdot \bar{\mu} = 0,94 \% \quad A_t = 19,4 \text{ cm}^2$$

12. Loppupäätelmät

Vertailu koetuloksiin osoitti, että esitetty menetelmä kaksiaalisesti epäkeskisen normaaliavoiman kuormittamana pilarin kantokyvyn määrittämiseksi antaa luotettavia tuloksia. Käsitellyn mitoitusmerkin valossa on ilmeistä, että käyttämällä kanto-kuormamenetelmää pilarin mitoittamisessa on mahdollista saavuttaa huomattavaa säästöä pilarin ainemenekissä. Tämän säästön suuruus johtuu etupäässä siitä, että suomalaisissa betoninormeissa betonille sallitaan epädullisen pieniä reunajännityksiä.

Mitoitusta varten on esitetty menetelmä vielä puutteellinen, koska siinä ei käsitellä epäsymmetrisiä terästyksiä. Taloudellisesti paras tulos saavutetaan silloin, kun epäkeskisyyden ollessa eri kuormituksilla saman merkin koko puristusvoima voidaan ottaa betonille, mikäli pilarin mittoja ei jollain muulla perusteella ole määrätty. Tutkimusta olisi siis laajennettava käsittämään epäsymmetrisesti raudoitettut pilarit sekä sisältämään ohjeita optimaalisten mittojen löytämiseksi.

13. Käytetyt merkinnät

A_t	= terästen pinta-ala
K	= betonin kuutiopuristuslujuus
M_x	= taivutusmomentti, jonka vektori on x -akselin suuntainen
M_y	= taivutusmomentti, jonka vektori on y -akselin suuntainen
N	= normaaliavoima
b	= pilarin leveys, y -akselin suuntainen sivumitta
h	= suorakaidepoikkileikkauksen korkeus, pilarin x -akselin suuntainen sivumitta
h'	= teräksen painopisteen etäisyys poikkileikkauksen lähimmästä reunasta
$k_b, k_{bx}, k_{by}, k_t, k_{tx}, k_{ty}$	= kaavoissa esiintyviä vakioita
m, m_x, m_y	= suhteellisia taivutusmomentteja
n	= suhteellinen normaaliavoima
r	= terästen lukumäärä poikkileikkauksessa
r_s	= terästen lukumäärä poikkileikkauksessa, jossa teräksiä on yhtä paljon joka sivulla

r_T	= terästen lukumäärä poikkileikkauksessa, jossa terästen keskinäinen etäisyys on vakio
x, y	= pilarin keskipisteeseen sijoitettu koordinaatisto
x', y'	= pilarin kulmaan sijoitettu koordinaatisto
x'_o, y'_o	= neutraaliakselin ja x', y' -koordinaatiston akselien leikkauspisteiden koordinaatit
α	= neutraaliakselin ja x -akselin välinen kulma
Θ	= taivutusmomentin vaikutustason ja y -akselin välinen kulma ($\text{tg} \Theta = \frac{m_y}{m_x}$)
$\frac{\mu}{\mu}$	= A_t/bh = suhteellinen teräsmäärä
μ	= painotettu teräsmäärä
σ_{bj}	= betonin sylinteripuristuslujuus
σ_{tj}	= teräksen myötölujuus
ϵ_{bj}	= 2 ‰ = betonin muodonmuutoskäyrässä puristuslujuutta vastaava muodonmuutos
ϵ_{tj}	= 1,9 ‰ = teräksen myötölujuutta vastaava muodonmuutos
ϵ_o	= x', y' -koordinaatistossa origon kohdalla tapahtuva aksiaalinen muodonmuutos

Lähdekirjallisuus

1. Comité Européen du Béton, Empfehlungen zur Berechnung und Ausführung von Stahlbetonbauten. 2. painos. Deutscher Beton — Verein E. V. Werner — Verlag GmbH. Düsseldorf 1966.
2. Hassan el Oseily, H. M. H., Ultimate Strength of Rectangular Reinforced Concrete Sections under Biaxially Eccentric Loads. Väitöskirja Eidgenössische Technische Hochschule. Zürich 1967.
3. Kastarinen, E., Yksi- ja kaksiaksiaalisesti epäkeskisellä normaaliavoimalla kuormitetun teräsbetonisen sauvan tutkiminen murtotilamenetelmän mukaan. Diplomityö. Teknillinen korkeakoulu, Helsinki 1968.
4. Ouvrier, E., Die Bemessung von gedrückten Stahlbetonsäulen mit besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Biegung. 2. painos. Werner-Verlag, Düsseldorf 1962.
5. Pannel, F. N., Design Charts for Members subjected Biaxial Bending and Thrust. Concrete Publications Limited. 1966.
6. Sahlin, S., Effect of far-advanced compressive strains of concrete in reinforced concrete beams submitted to bending moments. C & CA Library Translation No 65. London 1957.
7. Ramamurthy, L. V., Investigation of Ultimate Strength of Square and Rectangular Columns under Biaxially Eccentric Loads. Symposium on Reinforced Concrete Columns. ACI-Publication SP-13. American Concrete Institute. Detroit 1966.
8. RIL, Betoninormit 1967. Helsinki 1967.

Pekka Kanerva, dipl.ins., Teknillinen korkeakoulu, Otaniemi
Esko Kastarinen, dipl.ins., Ins.toimisto Salonen & Lautianen, Helsinki