JATKUVAN TERÄSBETONIPALKIN KORKEUDEN VALINTA

PENTTI HUTTUNEN

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 2 No. 1 1969 ss. 38—40; Kustannusosakeyhtiö Rakennustekniikka, Helsinki

Teräsbetonipalkkia on tutkittu paljon, mutta selvää lähtökohtaa sen rakennekorkeuden tai -leveyden valitsemiseksi ei helposti löydä kirjallisuudesta. Käytännössä probleema ratkaistaan mm. seuraavilla tavoilla:

— Valitaan jompi kumpi, leveys tai korkeus mielivaltaisesti.

— Alla oleva tila rajoittaa palkin korkeuden, esim. huoneen korkeus, ovi, ikkuna, tms.

— Jos palkin leveys on etukäteen määrätty, minimikorkeus saadaan mitoituskaavasta.

— Laattapalkin taloudellisen korkeuden laskemistapa on esitetty kirjallisuudessa [1]. Korkeudelle annettu myös seuraavia arvoja: h_o [cm] $= 14\cdots16 \sqrt{M[\text{Mpm}]}$ [2] tai h_o [cm] $= 10\cdots12 \sqrt{M[\text{Mpm}]}$ [3], joita ei ole laskettu suomalaisia hintoja käyttäen. Soveltaaksemme tätä menettelyä suomalaisiin olosuhteisiin teemme seuraavat olettamukset. Hinnat: betoni 75—85 mk/m³, muotti 12—13 mk/m², teräs 1,0—1,2 mk/kg. Puristuspuolen kestävyys ei aseta rajoja, koska kyseessä on laattapalkki. Laatan paksuus on vakio ja terästen luku määrää leveyden. Tällöin saadaan taloudellisimmaksi korkeudeksi h [cm] $= 10\cdots12 \sqrt{M\ [\text{Mpm}]} + d$ [cm]. Tälle kaavalle ei kannata antaa suurta arvoa, koska taloudellinen etu on kovin pieni.

— Liian suurien taipumien välttämiseksi normeissa on määrätty minimikorkeus.

Jos suunnittelijan annetaan valita tasakorkean jatkuvan palkin korkeus vapaasti, kuinka hänen olisi meneteltävä, jotta saataisiin aikaan teknisesti luonteva ratkaisu.

Viime aikoina on tutkittu paljon leikkausvoiman vaikutusta eri tavalla terästettyihin palkkeihin ja saatu lisävalaistusta asiaan. Jatkuvan palkin staattisesti määräämättömät suureet lasketaan edelleen kimmo-oppiin perustuen. Sen takia on luonnollista suunnitella palkki siten, että olettamukset materiaalin homogeenisuudesta ja isotrooppisuudesta tulisivat mahdollisimman hyvin täytetyiksi. Koska betoni ei kestä vetoa, teräkset on sijoitettava taitavasti alueille, joissa esiintyy vetojännityksiä. Palkkikokeet ovat osoittaneet, että halkeamat tulevat pienimmiksi ja palkki käyttäytyy parhaiten kimmoteorian mukaisesti silloin, kun myös leikkausteräkset on asetettu vetojännitystrajektorioiden suuntaisesti. Tällöin on edullista käyttää paljon pieniä teräksiä. Leikkausterästen taivutuskulma on vakiintunut 45°:ksi. Nämä teräkset on sijoitettava palkissa alueelle, jossa vetojännitystrajektoriat muodostavat 45° kulman palkin vaaka-akselin kanssa.

Jännitystrajektorioiden suunnan ja palkin vaaka-akselin väliselle kulmalle φ kimmoteoria antaa kaavan

$$\mathrm{tg} 2\,\varphi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad [4]$$

Jos $\varphi = 45°$, niin

$$\mathrm{tg}\ 2\,\varphi = \infty = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

Etsitty alue on siellä, missä $\sigma_x - \sigma_y = 0$. Koska $\sigma_y \approx 0$, on etsityllä alueella myös $\sigma_x \approx 0$. Tämä alue on painopisteakseli ja pystyleikkaus momentin 0-kohdassa. Leikkausteräkset on sijoitettava momentin 0-kohtaan jatkuvissa palkeissa. Momentin 0-kohta riippuu hyötykuorman sijainnista, hyötykuorman ja omanpainon suhteesta sekä jännemitoista. Teräkset voidaan taivuttaa sitten, kun niitä ei tarvita momenttiteräksinä ylä- ja alapinnassa. Tässä lähdetään siitä, että erillisiä leikkausteräksiä ei käytetä [5].

Kuvassa a) on esitetty kolme palkin mitoitukseen vaikuttavaa momenttipintaa sekä niihin kuuluvat 0-pisteet a, b ja e, edelleen tapauksiin a ja b kuuluvat homogeenisen ja isotrooppisen rakenteen vetojännitystrajektoriat (kuvat b) ja c)) sekä palkin raudoituskuva (kuva d)).

Alapinnasta voidaan taivuttaa viimeisetkin teräkset ylös pisteessä a. Pisteessä e voidaan taivuttaa viimeiset yläpinnan teräkset alas, mikä tosin on tarpeetonta, koska

Tällöin saadaan kaavasta (3.4)

$D_{xy} = a \cdot (1 - \sqrt{\nu_x \cdot \nu_y}) \cdot D_x$

missä $D_x = 1$

$$a = 1/2 \sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 1/2 \cdot 0{,}884 = 0{,}442$$

$$\sqrt{\nu_x \cdot \nu_y} = \sqrt{0{,}175 \cdot 0{,}137} = 0{,}153$$

$$D_{xy} = 0{,}442 \cdot 0{,}847 = 0{,}373$$

Ortotrooppisen laatan laattayhtälössä käytettävä vääntöjäykkyyden arvo on kaksinkertainen tässä saatuun arvoon verrattuna, joten laattayhtälössä käytettävä suhteellinen vääntöjäykkyyden arvo $2\,D_{xy} = 2 \cdot 0{,}373 = 0{,}746$. Leikkausjäykkyyksien S_x ja S_y ja taivutusjäykkyyksien D_x ja D_y suhteet saadaan kaavoista (5.4) ja (5.6)

$$\frac{S_x}{D_x} = \frac{6 \cdot b_0}{b} \cdot \frac{1}{h^2} = \frac{6 \cdot 5}{15} \cdot \frac{1}{324} = 0{,}00620$$

josta ratkaistaan S_x:n suhteellinen arvo

$S_x = 0{,}00620 \cdot D_x = 0{,}00620$

$$\frac{S_y}{D_y} = \frac{6 \cdot b_0}{b} \cdot \frac{d+f}{h^3 - d^3} = \frac{6 \cdot 5}{15} \cdot \frac{14}{4900} = 0{,}00570$$

josta voidaan ratkaista S_y:n suhteellinen arvo

$S_y = 0{,}00570 \cdot D_y = 0{,}00570 \cdot 0{,}78 = 0{,}00445$

6. Ortotrooppisen laatan laattayhtälö ja taipuman lauseke.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \qquad (6.1)$$

missä $H = \sqrt{D_x D_y}$. Ortotrooppisen laatan laattayhtälön (6.1) [3] molemmat puolet jaetaan D_y:llä, jolloin yhtälö saadaan muotoon (6.2)

$$\frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D_y} \qquad (6.2)$$

Sijoitetaan $\lambda = \sqrt[4]{D_y/D_x}$ ja laattayhtälö voidaan kirjoittaa muotoon (6.3)

$$\frac{1}{\lambda^4} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2}{\lambda^2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D_y} \qquad (6.3)$$

Nyt yhtälö voidaan ratkaista samalla tavalla kuin isotrooppisen laatan laattayhtälö, kun D:n paikalle sijoitetaan D_y ja kaikki x-koordinaatin suuntaiset mitat kerrotaan λ:lla.

Kun esimerkiksi neljältä sivulta vapaasti tuetussa laatassa

$$p(x, y) = \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}, \qquad m, n = 1, 2, 3,$$

saadaan ortotrooppisen laatan taipumalle lauseke (6.4)

$$w(x, y) = \frac{1}{D_y \pi^4} \sum_m \sum_n \frac{a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left(\frac{m^2}{a^2} \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \qquad (6.4)$$

Momentit ja leikkausvoimat voidaan ratkaista tästä, kun kuormitus tunnetaan.

Kuormitusvakio a_{mn} on sama kuin isotrooppiselle laatalle, koska λ laskutoimitusten yhteydessä supistuu pois.

Momentit ja leikkausvoimat saadaan ratkaistuksi käyttämällä jäykkyyslukujen suhteellisia arvoja. Taipumia määritettäessä joudutaan todellinen taivutusjäykkyys D_x ratkaisemaan.

Kirjallisuutta

1. *Mäkipuro, R.*, Ontelolaattasillat, Rakennustekniikka 5/1968.
2. *Home, M.*, Kartonkinen kierrehylsy teräsbetonilaatan kevennysputkena ja näin kevennetyn laatan jäykkyysarvoja, Diplomityö Oulu 1968.
3. *Girkmann, K.*, Flächentragwerke, 6. Aufl. Wien 1963.
4. *Plantema, F. J.*, Sandwich-Construction, New York 1966.
5. *Ylinen, A.*, Kimmo- ja lujuusoppi I, Porvoo 1965.
6. *Home, M.*, Kartonkihylsyillä kevennetyn teräsbetonilaatan mitoittamisesta. Rakennusteollisuus 1/1969.

Matti Home, dipl.ins. A. Ahlström Oy, Helsinki

kenttää kuormittaa vain oma paino ja se on siis vähän rasitettu. Kun momentin 0-kohta on pisteessä b, palkkia rasittaa suurin leikkausvoima. Leikkausvoima on vain vähän edellistä pienempi, kun momentin 0-kohta on pisteessä a. Täten on todettavissa, että leikkausteräkset ovat tarpeellisia alueella, jonka rajoina ovat palkin alapinnassa piste a ja yläpinnassa jokin piste b:n ja e:n välillä. Palkin korkeuden määrittämisessä kiinnostaa lähinnä piste a.

Alapinnassa tukea lähinnä sijaitseva kohta, jossa jännitystrajektoriat ovat 45° kulmassa, on piste a. Taivutetaan tukea lähinnä oleva vino teräs tästä ylös. Sen on tultava yläpinnan terästen tasoon enintään *0.8 c* päässä tuesta toimiakseen vielä leikkausteräksenä [5], mutta kauempana tuesta kuin $o/n \cdot x_b$ toimiakseen yläpinnan momenttiteräksenä. Kuvassa esitettyjä merkintöjä käyttäen voidaan kirjoittaa epäyhtälöt:

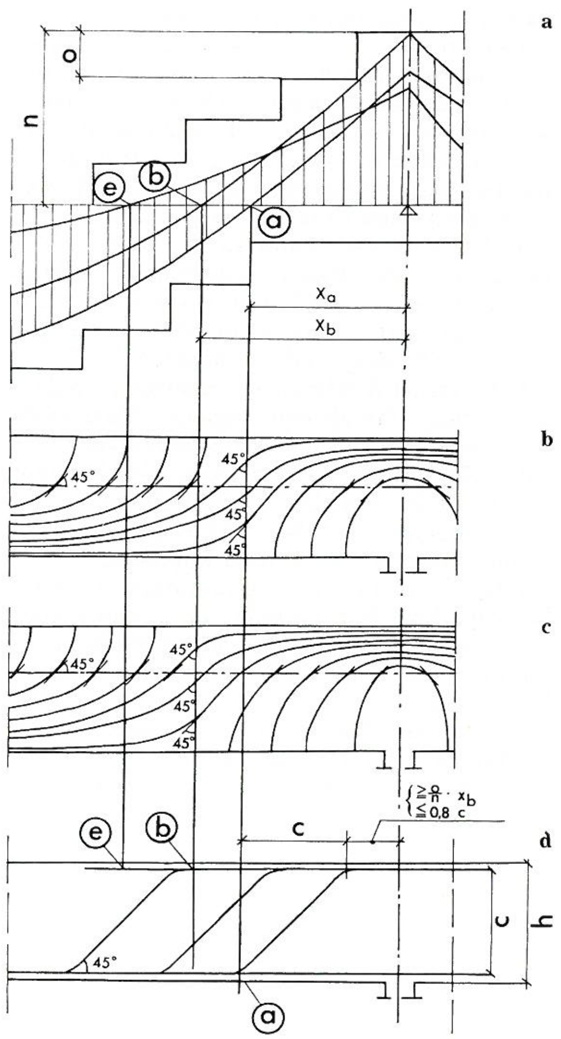
$$c + 0{,}8\, c \geqq x_a \geqq c + \frac{o}{n} \cdot x_b$$

$$x_a - \frac{o}{n} \cdot x_b \geqq c \geqq \frac{x_a}{1{,}8}$$

$$min\, c = \frac{x_a}{1{,}8}$$

Kimmoteorian mukaan saatu x_a on todettu kokeellisesti liian suureksi. Terästystavasta riippuen momenttinpinta »levenee» [6] sekä tukimomentti on 8···15 % pienempi kuin kimmoteorian mukaan laskettu momentti [7]. Normien mukaan alapinnassa on vietävä tuelle teräksiä, jotka ottavat »levenevän» momenttipinnan. Ylöstaivutuskohtaa ei tarvitse tämän takia muuttaa. Kuitenkin vaihdetaan kaavassa c:n tilalle *h*. Tästä vaihdoksesta johtuen ylöstaivutuskohta muuttuu lähemmäksi tukea, kun alastaivutuskohtaa pidetään vakiona. Tämä muutos on sopusoinnussa positiivisen momenttipinnan »levenemisen» kanssa.

Pienempää korkeutta kuin kaavan ilmoittama ei voida suosittaa, sillä tukea lähinnä oleva leikkausteräs tullessaan alapintaan liian matalassa palkissa ei ole suunnaltaan sopusoinnussa jännitystrajektorioiden kanssa. Palkin korkeuden ylärajalle on vaikea antaa ohjeita, koska epäyhtälön ilmoittamaa korkeutta saadaan vielä suurentaa



sillä perusteella, että ylöstaivutuskohdan ei tarvitse olla pisteessä a, vaan se voi olla niin kaukana kentässä kuin momenttipinta sallii.

Näiden perustelujen jälkeen voitaneen jatkuvalle, tasakorkealle teräsbetonipalkille esittää minimikorkeus

$$h = \frac{x_a}{1{,}8},$$

joka täyttää lujuusopilliset vaatimukset leikkausterästen taivutuskulman ollessa 45°.

Suunniteltaessa palkkien korkeutta on asianomaisesta holvista etsittävä yleisin palkki ja määriteltävä tälle korkeus. Sitä varten tulee tietää maksimiaukkomomenttiin kuuluva 0-kohta. On myös arvioitava, miten tukemisen laatu vaikuttaa teoreettiseen momenttipintaan. Tasajänteisten jatkuvien palkkien 0-kohdat on esitetty Rakennustekniikan numerossa 11···12 v. 1967. Esimerkkeinä mainittakoon: $p/g = 1/3 \cdots 4$, jolloin 2-aukkoisessa palkissa $h = 1/8 \cdots 1/12 \cdot l$ ja äärettömän pitkässä jatkuvassa palkissa $h = 1/10 \cdots 1/17 \cdot l$. Tällöin huomataan, mitä suurempi hyötykuorma on, sitä pienempää minimikorkeutta saadaan käyttää.

Kun minimikorkeus on määrätty, palkki mitoitetaan tavalliseen tapaan. Ensimmäinen yläpinnan teräs taivutetaan alas *0,8 h* etäisyydellä tuen keskiviivasta. Jos korkeus valitaan suuremmaksi, alastaivutuskohta saa olla lähempänä tukea kuitenkin enintään momenttipinnan sallimassa kohdassa.

Edellä on havaittu, että jatkuvan teräsbetonipalkin korkeudelle on löydettävissä kaksi raja-arvoa, joiden väliltä korkeus on valittava käytettäessä yhteisiä tuki- ja aukkoteräksiä.

Tehtäessä palkkeja, joiden korkeus on epäyhtälöiden ilmoittamien rajojen ylä- tai alapuolella, tukea lähinnä olevat vinot teräkset tulisi korvata pystyhaoilla ja vaakateräksillä. Kun viimeksi mainittujen terästen risteyskohtiin piirretään kumpienkin terästen pinta-alaa kuvaavat vektorit, vektorien resultanttien suuntien täytyisi yhtyä jännitystrajektorien suuntiin.

Yksiaukkoisten palkkien suhteen edellä esitetty ei päde sellaisenaan.

Kirjallisuutta:

[1] *Salinger, R.*, Der Stahlbetonbau 8. p. ss. 255—256

[2] *Mörsch*, Die Bemessung im Eisenbetonbau 5. p. s. 93

[3] Bygg II 3. p. s. 709

[4] *Ylinen, A.*, Kimmo- ja lujuusoppi I 1948, ss. 7—11, 220—223

[5] *Leonhardt, F.*, Über die Kunst des Bewehrens von Stahlbetontragwerken. Beton- und Stahlbetonbau 8, 9/1965

[6] *Leonhardt, Walther, Dilger*, Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 5/1965

[7] *Dilger*, Anfängliche und nachträgliche Durchbiegung infolge Querkraft bei Stahlbetonbalken im Zustand II. Beton- und Stahlbetonbau 9/1967

Pentti Huttunen, dipl.ins.,
Ins.tsto Eino Viljo, Helsinki